

CALCULO I
PURO-UFF

22 DE ABRIL DE 2009
PROF: EDUARDO OCHS

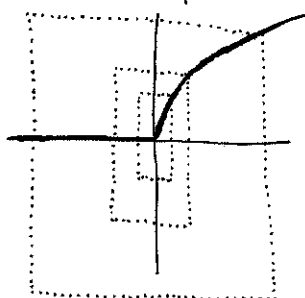
DOIS TIPOS DE CAIXAS

Fato:

- f é contínua em x_0
- ↳ "f vale aproximadamente $f(x_0)$ perto de x_0 "
- ↳ $\forall \Delta y > 0$. INFORMAL
DEMAIS!
- $\exists \Delta x > 0$.
- o gráfico de f "cabe dentro da caixa de centro $(x_0, f(x_0))$, raio vertical Δy e raio horizontal Δx ".

Um gráfico de uma função "cabe dentro de uma caixa retangular, R", quando para todo valor de x entre a parede esquerda e a parede direita da caixa o gráfico ^{de f} está dentro de R;
o gráfico de f só pode escapar de R "pelos lados", não "por cima ou por baixo".

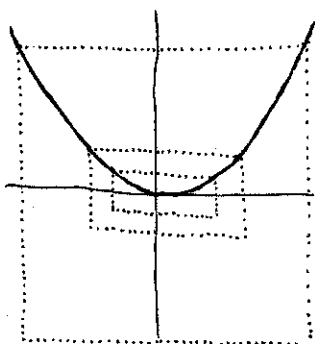
Dois exemplos:



$$r(x) := \begin{cases} \sqrt{x} & \text{quando } x \geq 0 \\ 0 & \text{quando } x < 0 \end{cases}$$

O gráfico de $r(x)$ está contido nas caixas centradas em $(0,0)$ com:

- $\Delta y = 1, \Delta x = 1$
- $\Delta y = \frac{1}{2}, \Delta x = \frac{1}{4}$
- $\Delta y = \frac{1}{3}, \Delta x = \frac{1}{9}$



$p(x) := x^2$
O gráfico de $p(x)$ está contido nas caixas centradas em $(0,0)$ com:

- $\Delta y = 1, \Delta x = 1$
- $\Delta y = \frac{1}{4}, \Delta x = \frac{1}{2}$
- $\Delta y = \frac{1}{9}, \Delta x = \frac{1}{3}$

Agora olhe para uma reta que passa por (x_0, y_0) e tem coeficiente angular a . Escolha um $\Delta x > 0$ e uma "variação pro coeficiente angular", Δa , com $\Delta a > 0$.

A equação da reta com coeficiente angular a é:

$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

e as equações das retas com coeffs. angulares $a - \Delta a$ e $a + \Delta a$ são:

$$y - y_0 = (a - \Delta a)(x - x_0) \quad \text{e}$$

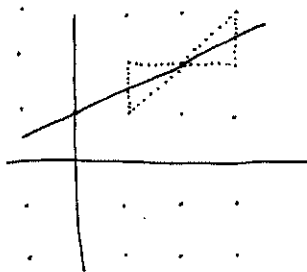
$$y - y_0 = (a + \Delta a)(x - x_0)$$

Se traçarmos estas três retas vamos ver que a reta original está entre as outras duas...

Vamos traçar também uma "parede esquerda" em $x - \Delta x$ e uma "parede direita" em $x + \Delta x$, e vamos chamar a figura em forma de "X" entre tudo isto de uma "X-caixa" - mais precisamente, a X-caixa centrada em (x_0, y_0) com Δx igual ao Δx escolhido, e Δa igual ao Δa escolhido.

Exemplo: coef. ang. igual ao a escolhido

a X-caixa centrada em $(2,2)$ com ~~coef. ang. = 1/2~~ coef. ang. = $\frac{1}{2}$, $\Delta x = 1$ e $\Delta a = \frac{1}{2}$ é:



Fato:

- f é derivável em x_0 (com derivada $f'(x_0)$)
- ↳ "f vale aproximadamente $f(x_0) + hf'(x_0)$ para h bem pequeno" INFORMAL
DEMAIS
- ↳ $\forall \Delta a > 0$.
- $\exists \Delta x > 0$.

o gráfico da f "cabe dentro da X-caixa centrada em $(x_0, f(x_0))$, com coef. angular $f'(x_0)$, Δa igual ao Δa escolhido, Δx igual ao Δx escolhido."