

20/SET/2013

CURSO:

"QUESTÃO AMBIENTAL, TERRITÓRIO E REALIDADE LOCAL" - SÓ QUE NÃO.

O PESSOAL DO SE SO PRECISAVA DE UM CURSO DE ESTATÍSTICA, ENTÃO A GENTE INVENTOU UM ABAIXO ASSINADO QUE PEDIA QUE ESTE CURSO - QUE TEM EMENTA LIVRE - FOSSE DADO COM ÊNFASE EM ESTATÍSTICA, E APAREceu ISTO AQUI.

OBJETIVO DO CURSO: FAZER COM QUE VOCÊS SE TORNUM CAPAZES DE ENTENDER SOZINHOS OS LINTOS DE ESTATÍSTICA (QUANDO PRECISAREM)

1ª PARTE DO CURSO:

PERDER O MODO DE GRÁFICOS, TABELAS, DEFINIÇÕES E NOTAÇÃO MATEMÁTICA.

VAMO COMEÇAR TRABALHANDO COM OS SEGUNTES TIPOS DE OBJETOS (MATEMÁTICOS): NÚMEROS, TABELAS, DISTRIBUIÇÕES EM UMA VARIÁVEL E EM DUAS VARIÁVEIS (COM INDIVÍDUOS IDENTIFICADOS OU NÃO).

Uma TABELA ("A"): A_i, B_i

i	NOME _i	A _i	B _i
1	ANA	3	5
2	DIA	4	3
3	CARLOS	3	1
4	DANI	2	0
5	EDUARDO	2	2
6	FÁBIO	4	2
7	GERALDO	1	5
8	HELOÍSA	5	3
9	MÊS	5	2
10	JONAS	5	2

ESTA TABELA DE QUE NOTAS ESSAS PESSOAS TIRARAM EM DUAS AVALIAÇÕES - "A" E "B" - E CADA LINHA É NUMERADA - PELO "i" - O QUE NOS PERMITE FALAR DE COISAS COMO:

A_3, B_7 , etc.

EXEMPLO: QUANDO $i=4$, TENOS:

i	NOME _i	A _i	B _i
4	DANI	2	0

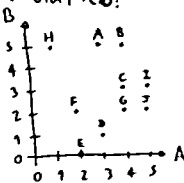
NESTE CASO:

NOME₄ = DANI
 $A_4 = 2$
 $B_4 = 0$.

EXERCÍCIO: CALCULEM $A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_{10} =$
 $3 + 4 + 3 + \dots + 5 =$

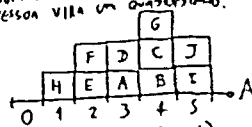
RESP: $\frac{3+4+3+2+2+4+1+5+5+5}{10} = 33$

Um GRÁFICO:



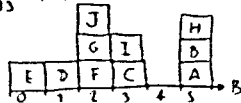
(EXERCÍCIO: COMPLETE!)

Um HISTOGRAMA (IDENTIFICADO)... NUM HISTOGRAMA CADA PESSOA VIRA UM QUADRADINHO.



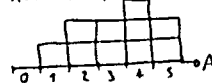
(EXERCÍCIO: COMPLETE!)

O HISTOGRAMA PARA AS NOTAS NA "AVALIAÇÃO B" SÃO MELHORES PESSOAS E DIFERENTE.

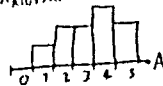


GRÁFICOS E HISTOGRAMAS IDENTIFICADOS NÃO SÃO COMUNS...

O HISTOGRAMA NÃO-IDENTIFICADO DAS NOTAS NA AVALIAÇÃO A É:

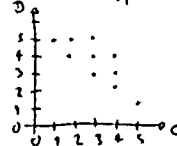


REPARA QUE ISTO É COM MUITO PARECIDA COM GRÁFICOS DE BARRAS...



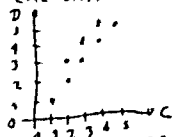
EXERCÍCIO:

A PARTIR DESTA GRÁFICO DE UMA DISTRIBUIÇÃO EM DUAS VARIÁVEIS (NÃO-IDENTIFICADO),



MONTE OS HISTOGRAMAS (NÃO-IDENTIFICADOS) DAS NOTAS NAS AVALIAÇÕES C E D:

FAÇA O MESMO PARA ESTE GRÁFICO:



MONTE OS HISTOGRAMAS NÃO-IDENTIFICADOS PARA ESTE GRÁFICO.

20/set/2013

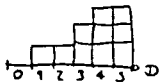
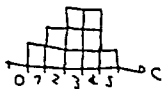
PÁGINA DO CURSO NA INTERNET (COM AS FOTOS DOS QUADROS):

<http://angg.twu.net/>

E CLIQUE EM "ES" NA BARRA DE NAVEGAÇÃO À ESQUERDA.

(OU PROCURE POR "EDUARDO OLIVEIRA" NO GOOGLE).

... OS DOIS GRÁFICOS DOS EXERCÍCIOS ANTERIORES GERARAM OS MESMOS HISTOGRAMAS NÃO-IDENTIFICADOS!



ALGUMAS COISAS FICAM ANBÍGUAS QUANDO SÓ TENOS GRÁFICOS, TABELAS, ETC NÃO IDENTIFICADOS - POR EXEMPLO, "MONTE UM GRÁFICO EM DUAS VARIÁVEIS A PARTIR DESTES DOIS HISTOGRAMAS!" - MAS O QUE A GENTE ESTUDA EM ESTATÍSTICA É PRATICAMENTE SÓ O QUE SÁ PRA FAZER COM GRÁFICOS, ETC NÃO-IDENTIFICADOS... A GENTE QUER LIDAR COM PERGUNTAS TIPO "QUANTOS", NÃO COM PERGUNTAS TIPO "QUAIS".

MÉDIA

DEFINIÇÃO:

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i$$

\bar{A} : UM SÍMBOLO NOVO - ESTAMOS ATRIBUINDO UM SIGNIFICADO PRA ELE AGORA!

N : POR CONVENÇÃO, ISTO É O NÚMERO DE PESSOAS (NA DISTRIBUIÇÃO A - NA TABELA, NO GRÁFICO, ETC).

$\sum_{i=2}^5 B_i$: ISTO É:
 $B_2 + B_3 + B_4 + B_5$
 OU SENA,
 • VÁRIAS CÓPIAS DO "B";
 • UMA COM $i=2$,
 • OUTRA COM $i=3$, ...
 • ATÉ $i=5$,
 • SEPARADAS POR "+".

EXEMPLO:

$$\sum_{k=4}^8 \frac{200}{k} = ?$$

$$= \frac{200}{4} + \frac{200}{5} + \frac{200}{6} + \frac{200}{7} + \frac{200}{8}$$

FATO

É FÁCIL CALCULAR \bar{A} (A "MÉDIA DE A ") A PARTIR DE UMA TABELA... POR EXEMPLO:

i	A_i
1	10
2	8
3	8
4	9
5	4

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i$$

$$= \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 A_i$$

$$= \frac{1}{5} (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5)$$

$$= \frac{1}{5} (10 + 8 + 8 + 9 + 4)$$

$$= 7.8$$

... MAS TAMBÉM SÁ PRA CALCULAR A MÉDIA A PARTIR DE HISTOGRAMAS NÃO IDENTIFICADOS!

(O TRUQUE DE IDENTIFICAR OS ELEMENTOS E APAGAR AS IDENTIFICAÇÕES DEPOIS FUNCIONA - TODOS OS DITOS SÁ "IDENTIFICADOS" VÃO DAR O MESMO RESULTADO!)

EXEMPLO:



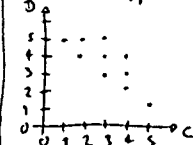
TABELA:

i	E_i
1	200
2	300
3	300
4	300
5	900

EXERCÍCIOS:
 (A) CALCULE \bar{E}
 (B) MEXE A "IDENTIFICAÇÃO" E CALCULE \bar{E} .

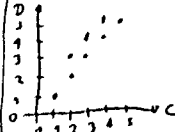
EXERCÍCIO:

A PARTIR DESTES GRÁFICO DE UMA DISTRIBUIÇÃO EM DUAS VARIÁVEIS (NÃO-IDENTIFICADOS!),



MONTE OS HISTOGRAMAS (NÃO-IDENTIFICADOS!) DAS NOTAS DAS AVALIAÇÕES C E D:

FAÇA O MESMO PRA ESTE GRÁFICO:



MONTE OS HISTOGRAMAS NÃO-IDENTIFICADOS PRA ESTE GRÁFICO.

27/SET/2013

HOJE:

MÉDIA (E OUTRAS FÓRMULAS COM SOMATÓRIO)

VAMOS COMEÇAR COM ESTA TABELA.

i	A _i
1	2
2	2
3	3
4	3
5	4

LEMBRE QUE A DEFINIÇÃO DE MÉDIA É:

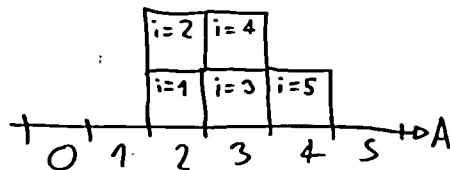
$$\bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i$$

EXERCÍCIO:

a) CALCULAR \bar{A} .

$$\begin{aligned} \bar{A} &= \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 A_i \\ &= \frac{1}{5} (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5) \\ &= \frac{1}{5} (2 + 2 + 3 + 3 + 4) \\ &= \frac{1}{5} \cdot 14 \\ &= 2.8 \end{aligned}$$

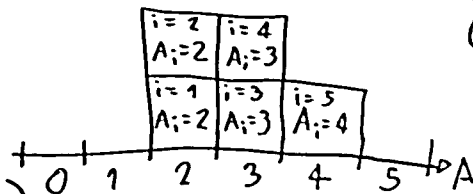
LEMBRE QUE PODEMOS REPRESENTAR OS DADOS DESTA TABELA NUM HISTOGRAMA IDENTIFICADO:



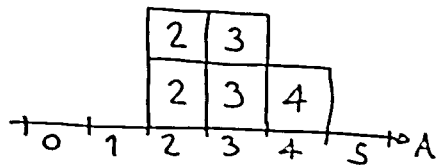
DÁ PRA CALCULAR

$$\sum_{i=1}^N A_i$$

SOMANDO UM NÚMERO PARA CADA QUADRADO...



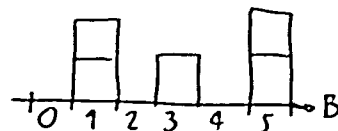
BASTA SOMAR ISTO:



O "i" ACABA NÃO SENDO IMPORTANTE - PORQUE DÁ PRA GENTE DESCOBRIR O "A_i" DE CADA QUADRADO SÓ OLHANDO PRA POSIÇÃO HORIZONTAL DELE!

DÁ PRA CALCULAR A MÉDIA DE UMA DISTRIBUIÇÃO SÓ A PARTIR DE UM HISTOGRAMA NÃO-IDENTIFICADO...

EXEMPLO: SE B "É" ESTA DISTRIBUIÇÃO" (OU, MAIS PRECISAMENTE: SE B TEM ESTE HISTOGRAMA),



ENTÃO $\bar{B} = 3$.

EXERCÍCIO: NA FOLHA COM 16 HISTOGRAMAS CALCULE A MÉDIA DE CADA UM E REPRESENTE-A GRAFICAMENTE.

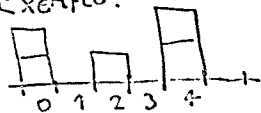
HOJE:

- COMO VISUALIZAR A MÉDIA
- QUATRO MEDIDAS DE "ESPALHAMENTO"

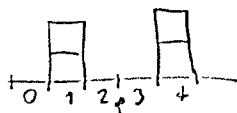
EXERCÍCIO:

PARA CADA UMA DAS 16 DISTRIBUIÇÕES DA FOLHA REPRESENTAR GRAFICAMENTE ONDE ESTÁ SUA MÉDIA.

Exemplo:



média: 2



média: 2

$$\text{Def: } \bar{A} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i$$

① $|A - \bar{A}|$

② $(A - \bar{A})^2$

③ $\sqrt{(A - \bar{A})}$

④ $\max |A - \bar{A}|$

⇒

i	A_i	$A_i - \bar{A}$	$ A_i - \bar{A} $
1	0	-2	2
2	0	-2	2
3	2	0	0
4	4	2	2
5	4	2	2

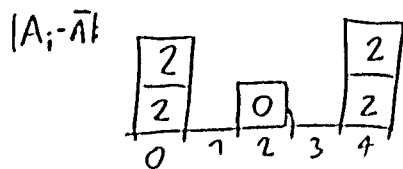
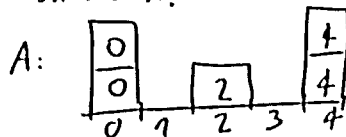
$$\begin{aligned} |A - \bar{A}| &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |A_i - \bar{A}| \\ &= \frac{1}{5} (|A_1 - \bar{A}| + |A_2 - \bar{A}| + |A_3 - \bar{A}| + |A_4 - \bar{A}| + |A_5 - \bar{A}|) \\ &= \frac{1}{5} (2 + 2 + 0 + 2 + 2) \\ &= 1.6 \end{aligned}$$

EXERCÍCIO:

PARA CADA UMA DAS 16 DISTRIBUIÇÕES DA FOLHA NA QUAL A MÉDIA É UM NÚMERO SIMPLES - UM NÚMERO INTEIRO OU ALGO TERMINADO EM ".5" - CALCULE O VALOR DE $|A - \bar{A}|$ PARA AQUELA DISTRIBUIÇÃO.

NA PRÓXIMA AULA VAMOS USAR ESSES VALORES DE $|A_i - \bar{A}|$ COMO NOSSA PRIMEIRA DESCULPA PARA APRENDER PROBABILIDADE ...

QUANTAS PESSOAS ESTÃO "PERTO DA MÉDIA" - P.EX., A UMA DISTÂNCIA ≤ 1 DA MÉDIA?

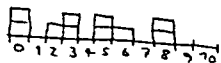


11/OUT/2013

ESTÁVAMOS VENDO VÁRIAS RESPOSTAS DE O QUÃO ESPALHADAS NOSSAS MEDIDAS ESTÃO...

PARA GENTE PODER ENTENDER ISTO MAIS PRECISAMENTE VAMOS VER PROBABILIDADES...

SEJA A ESTA DISTRIBUIÇÃO:



COM ESTA TABELA.

i	A _i
1	0
2	0
3	2
4	3
5	3
6	5
7	5
8	6
9	8
10	8

UM TRUQUE: PODEMOS CALCULAR PROBABILIDADES - COMO, POR EXEMPLO, $P(A \leq 2)$,

POR ESTA FÓRMULA:

$$P(A \leq 2) = \frac{[A \leq 2]}{N}$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [A_i \leq 2]$$

A GENTE VAI USAR "[...]"S PARA TRANSFORMAR EXPRESSÕES QUE SÃO "VERDADEIRO" OU "FALSO" EM 1s E 0s.

i	A _i	$[A_i \leq 2]$
1	0	1
2	0	1
3	2	1
4	3	0
5	3	0
6	5	0
7	5	0
8	6	0
9	8	0
10	8	0

EXEMPLOS:

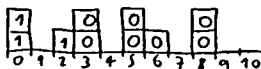
$$[A_+ \leq 2] = [3 \leq 2] = 0$$

$$[A_1 \leq 2] = [0 \leq 2] = 1$$

FALSO

VERDADEIRO

SE REPRESENTARMOS DENTRO DE CADA QUADRADINHO O VALOR DE $[A \leq 2]$ VAMOS CONSEGUIR VISUALIZAR O QUE "A ≤ 2" QUER DIZER...



$$P(A \leq 2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [A_i \leq 2]$$

$$= \frac{1}{10} \cdot 3$$

$$= \frac{3}{10}$$

3 ← NÚMERO DE PESSOAS PRAS QUAIS A_i ≤ 2 É VERDADEIRO

10 ← NÚMERO TOTAL DE PESSOAS.

ÀS VEZES $P(A \leq 2)$ É

EXPLICADO COMO:

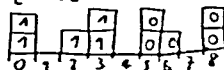
A PROBABILIDADE DE UMA PESSOA ESCOLHIDA AO ACASO TER A ≤ 2.

EXERCÍCIOS:

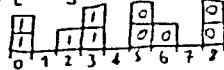
CALCULE, USANDO O MÉTODO DOS "1"s E "0"s NOS QUADRADINHOS NESTA DISTRIBUIÇÃO,

- (a) $P(A \leq 3)$
- (b) $P(A \leq 4)$
- (c) $P(A = 5)$
- (d) $P(3 \leq A)$
- (e) $P(A \leq 5)$
- (f) $P(3 \leq A \leq 5) = \frac{4}{10}$
- (g) $P(2 \leq A \leq 6)$
- (h) $P(5 < A)$
- (i) $P(A < 8)$
- (j) $P(A = 6)$
- (k) $P(3 < A < 8)$

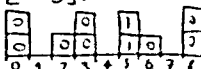
(a) $[A \leq 3]$:



(b) $[A \leq 4]$:



(c) $[A = 5]$:

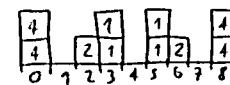


DISTÂNCIA CENTRAL

$A_i - \bar{A}$:

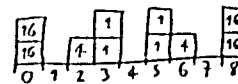


$|A_i - \bar{A}|$:



$$|A_i - \bar{A}| = 2.4$$

$(A_i - \bar{A})^2$:

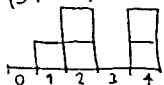


$$(A_i - \bar{A})^2 = 7.6$$

18/OUT/2013

HOJE: FUNÇÃO DE PROBABILIDADE ACUMULADA!

SEJA A ESTA DISTRIBUIÇÃO (5 PESSOAS):



CALCULE:

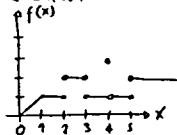
$$\begin{aligned}
 P(A \leq 0) &= P(A < 0) = 0 \\
 P(A \leq 1) &= P(A < 1) = 0.5 \\
 P(A \leq 2) &= P(A < 2) = 1 \\
 P(A \leq 2.1) &= P(A < 2.1) = 1.5
 \end{aligned}$$

COMPLETE A TABELA:

x	P(A ≤ x)	P(A < x)
0		
0.5		
1		
1.5		
2		
2.5		
3		
3.5		
4		
4.5		

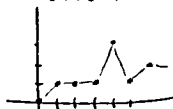
GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Exemplo:



x	f(x)
0	0
0.5	0.5
1	1
1.5	1
2	1.5
2.5	1.5
3	2
3.5	2
4	2
4.5	2
5	2

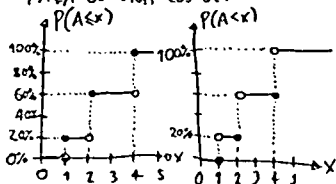
NÃO BASTA "LIGAR OS PONTINHOS"!!!



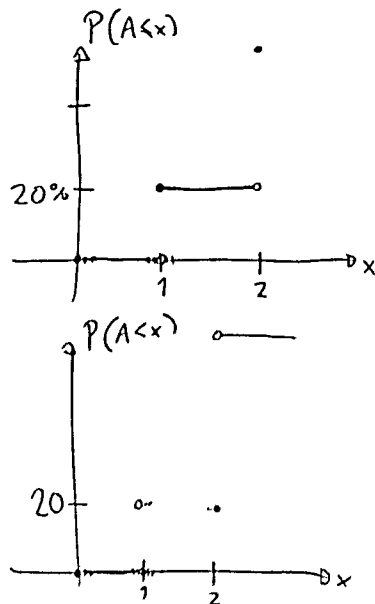
i	A _i	[A _i ≤ 2.1]	[A _i < 2.1]
1	1	1	1
2	2	1	1
3	2	1	0
4	4	0	0
5	4	0	0

QUANDO $i=2$
 TEMOS $A_2=2$
 E $[A_2 \leq 2.1] = [2 \leq 2.1] = 1$

FAÇA OS GRÁFICOS DE:



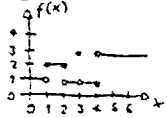
x	P(A ≤ x)	P(A < x)
0	0%	0%
0.4	0%	0%
0.7	0%	0%
∴		
0.8	0%	0%
0.9	0%	0%
1	20%	20%
1.1	20%	20%
1.2	20%	20%
∴		
1.8		
1.9		
2.0		
2.1		
2.2		
∴		



1º/NOV/2013

HOJE:
 VAMOS REVER GRÁFICOS DE FUNÇÕES (QUE VAMOS HAZ SEMPRE ATRÁS)
 E VER FUNÇÕES DE PROBABILIDADE ACUMULADA E OUTRAS COISAS RELACIONADAS...

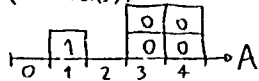
EXEMPLO:



REPARA QUE UM GRÁFICO DESTES DÁ O VALOR DE $f(x)$ PARA CADA VALOR DE x - INFINITOS VALORES! UMA TABELA DE CONTINUA REPRESENTAR UM NÚMERO FINITO DE VALORES

x	f(x)
0	
0,5	
1	2
1,5	2
2	2
2,5	2
3	2
3,5	2
4	2
4,5	2
5	2

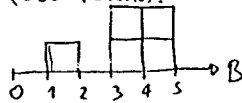
SEJA A A DISTRIBUIÇÃO DADA POR ESTE HISTOGRAMA (5 PESSOAS):



COMPLETE:

$P(A < 0) = 0\%$ $P(A \leq 0) = 0\%$
 $P(A < 1) = 0\%$ $P(A \leq 1) = 20\%$
 $P(A < 2) =$ $P(A \leq 2) =$

SEJA B ESTA DISTRIBUIÇÃO (500 PESSOAS):



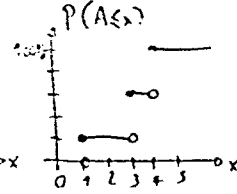
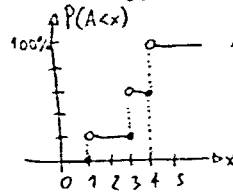
COMPLETE:

$P(B < 0,9) = \frac{0}{500} = 0\%$
 $P(B < 1,0) = \frac{0}{500} = 0\%$
 $P(B < 1,1) = \frac{10}{500} = 2\%$
 $P(B < 1,2) = \frac{20}{500} = 4\%$

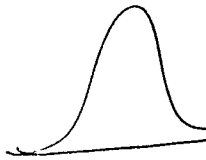
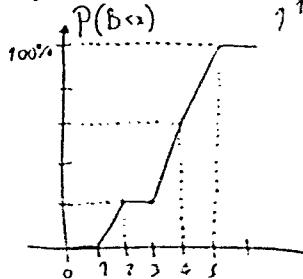
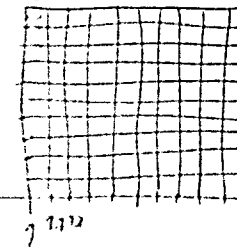
$P(B < 2,0) = \frac{100}{500} = 20\%$

$P(B < 2,1) = \frac{100}{500} = 20\%$

GRÁFICOS:



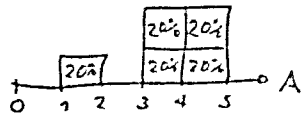
10 PESSOAS



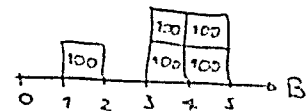
8/NOV/2013

DISTRIBUIÇÕES CONTÍNUAS

VAMOS COMEÇAR TRABALHANDO SOBRE ESTA DISTRIBUIÇÃO:

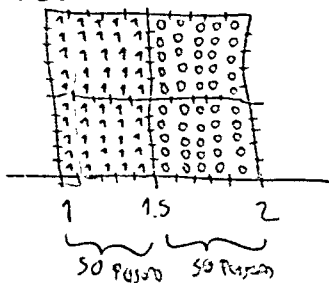


ELA É BEM PARECIDA COM ESTA (500 PESSOAS):



LENBRE QUE PARA CALCULAR, POR EXEMPLO, $P(B < 1.5)$, NÓS REPRESENTAMOS SOBRE CADA "PESSOA" O RESULTADO DE $[B < 1.5]$...

ZOOM:



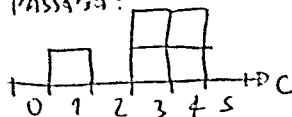
$P(B < 1) =$

$P(B < 1.7) =$

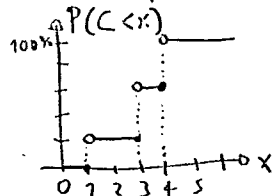
$P(B < 1.2) =$

X	$P(D < x)$
0.9	0%
1	0%
1.1	2%
1.2	4%
1.3	6%
...	...
1.8	16%
1.9	18%
2.0	20%
2.1	20%
2.2	20%
...	...
2.5	20%
2.9	20%
3.0	20%
3.1	24%
3.2	28%

NA AULA PASSAVA:



(5 PESSOAS)



QUANTIS E PERCENTIS

PARA QUE VALORES DE X TENOS $P(B < x) = 50\%$?

$P(C < x) = 50\%$?

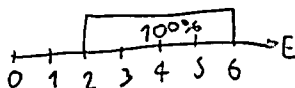
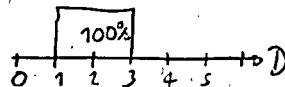
$P(D < x) = 50\%$?

$P(E < x) = 50\%$?

DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

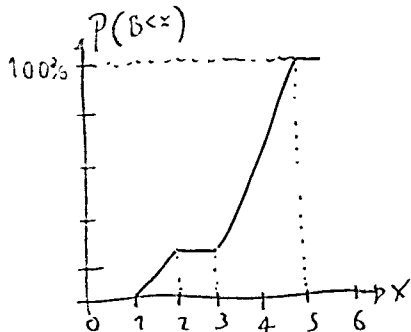
NUM INTERVALO

SEJAM:

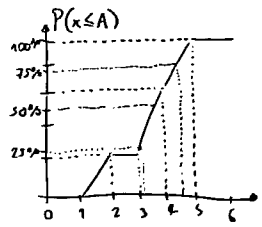
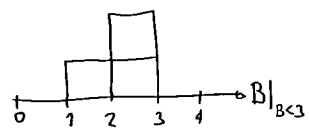
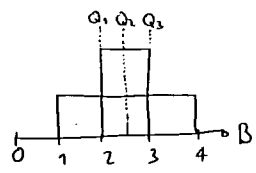
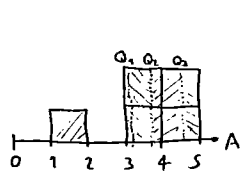


DUAS DISTRIBUIÇÕES UNIFORMES EM INTERVALOS - A PRIMEIRA EM $[1,3]$, A SEGUNDA EM $[2,6]$.

COMO SÃO OS GRÁFICOS DE $P(D < x)$ E $P(E < x)$?



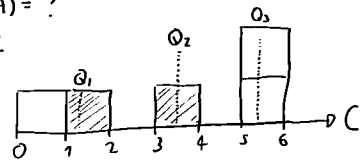
22/NOV/2013



$Q_3(A) - Q_1(A) = ?$

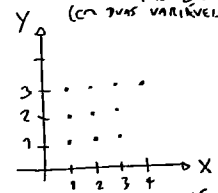
$Q_1(A) \approx 3.2$

$P_{30\%}(B)$

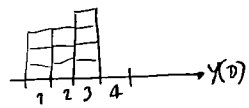


$P(1 < C < 4) = \frac{200}{500} = 40\%$

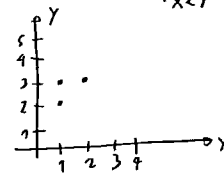
DISTRIBUIÇÃO D: (em duas variáveis):



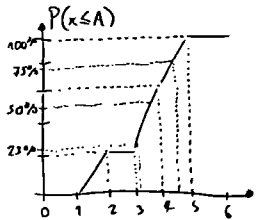
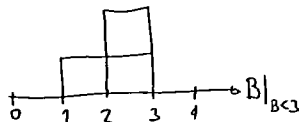
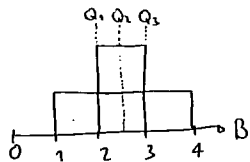
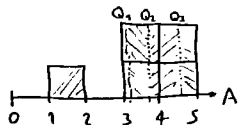
DISTRIBUIÇÃO Y(D):



DISTRIBUIÇÃO D | X < Y:



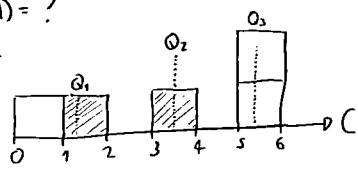
22/nov/2013



$Q_3(A) - Q_1(A) = ?$

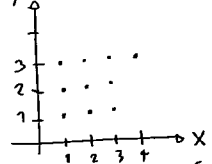
$Q_1(A) \approx 3.2$

$P_{30\%}(B)$

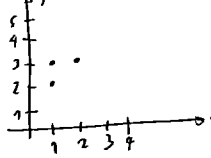


$P(1 < C < 4) = \frac{200}{500} = 40\%$

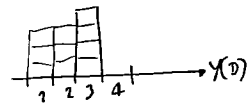
DISTRIBUIÇÃO D:
(em duas variáveis):



DISTRIBUIÇÃO D | $X < Y$:



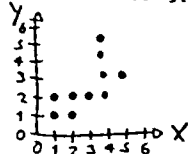
DISTRIBUIÇÃO Y(D):



6/DEZ/2013

ALGUNS PROBLEMAS DA PROVA DO SEMESTRE PASADO:

① SEJA A ESTA DISTRIBUIÇÃO EM DUAS VARIÁVEIS:



CALCULE, E QUANDO POSSÍVEL REPRESENTE GRAFICAMENTE E COMO TABELA:

- $Y(A)$,
- $X(A)$, $\bar{X}(A)$,
- $A|_{X \leq \bar{X}}$, $Y(A|_{X \leq \bar{X}})$, $\bar{Y}(A|_{X \leq \bar{X}})$,
- $A|_{\bar{X} < X}$, $Y(A|_{\bar{X} < X})$, $\bar{Y}(A|_{\bar{X} < X})$,
- $A|_{Z \leq Y \leq 3}$

- $X(A)$
- $\bar{X}(A)$
- $A|_{\bar{X} < X}$
- $Y(A|_{\bar{X} < X})$
- $\bar{Y}(A|_{\bar{X} < X})$

$$[X_2 \leq \bar{X}] = [1 \leq 3] = 1$$

A:	i	X_i	Y_i
	1	1	1
	2	1	2
	3	2	1
	4	2	2
	5	3	2
	6	4	2
	7	4	3
	8	4	4
	9	4	5
	10	5	3

$Y(A)$:	i	Y_i
	1	1
	2	2
	3	1
	4	2
	5	2
	6	2
	7	3
	8	4
	9	5
	10	3

$A _{X \leq \bar{X}}$:	i	X_i	Y_i
	1	1	1
	2	1	2
	3	2	1
	4	2	2
	5	3	2

$Y(A _{X \leq \bar{X}})$:	i	Y_i
	1	1
	2	1
	3	1
	4	2
	5	2

$$\bar{Y}(A|_{X \leq \bar{X}})$$

