

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Humanidades e Saúde
Departamento de Ciências da Natureza - Prof Ana Isabel
Geometria Analítica - RCN 00023 - Lista 10

1. Achar as equações paramétricas do diâmetro da esfera $E : x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + z - 11 = 0$ que é perpendicular ao plano $\pi : 5x - y + 2z - 17 = 0$
2. Achar as equações paramétricas do diâmetro da esfera $E : x^2 + y^2 + z^2 - x + 3y + z - 13 = 0$ que é paralelo à reta $r : x = 2t - 1, y = -3t + 5, z = 4t + 7$
3. Encontre o raio da esfera E : de centro $C = (2, 1, -1)$ que é tangente ao plano $\pi : x + z + 1 = 0$
4. Determinar a curva dada pelas equações seguintes e fazer um esboço de seu gráfico:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + z^2 = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

5. Determine o centro e o raio da circunferência, interseção do plano $2x + y + 2z = 5$ com a esfera

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 4$$

6. Encontre a equação do plano tangente à esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 49$ no ponto $M = (6, -3, -2)$
7. Encontre os valores de A e de D para que a reta r abaixo esteja contida no plano $\pi : Ax + 2y - 4z + D = 0$

$$r : \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 1 - 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$$

8. Verdadeiro ou falso? Justifique.

As retas abaixo são reversas:

$$r: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3} \quad \text{e} \quad s: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$$

9. Verificar que o plano $z+1=0$ corta o hiperbolóide de uma folha

$$\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{2} = 1$$

seguinto uma hipérbole; achar seus semi-eixos e seus vértices.

10. Mostre, de 3 maneiras diferentes, que a reta

$$r: \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$$

está contida no plano

$$\pi: x + 2y + 4 = 0$$

11. Mostre, de 2 maneiras diferentes, que as retas r e s são concorrentes.

$$r: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = t \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 \\ z = 1 - t \end{cases}$$

12. Considere as retas r_1 e r_2 dadas por:

$$r_1: \begin{cases} x = t + 3 \\ y = t + 4 \\ z = -t - 1, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad \text{e} \quad r_2: \begin{cases} x = s + 4 \\ y = -s \\ z = -3s - 1, \quad s \in \mathbb{R} \end{cases}$$

(a) Mostre que r_1 e r_2 são reversas.

(b) Determine a reta que intercepta r_1 e r_2 perpendicularmente.

13. Dado o hiperbolóide de equação $-\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{3} = 1$, encontre as coordenadas de seus vértices e a equação do eixo de simetria.

14. Verificar que o plano $z+1=0$ intercepta o hiperbolóide de uma folha $\frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{18} + \frac{z^2}{2} = 1$ em uma hipérbole; achar seus semi-eixos e vértices.

15. Qual é a curva definida pelas equações

$$\begin{cases} \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{6} = 2z \\ 3x - y + 6z - 14 = 0 \end{cases}$$

Achar o seu centro.

16. Demonstrar que o hiperbolóide de duas folhas $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{25} = -1$ e o plano $5x + 2z + 5 = 0$ possui um ponto em comum, cujas coordenadas deverão ser calculadas.

17. Por quais valores de m o plano $x + mz - 1 = 0$ intercepta o hiperbolóide de duas folhas $x^2 + y^2 - z^2 = -1$?

18. Achar os pontos de interseção da superfície $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{36} + \frac{z^2}{9} = 1$ com a

$$\text{reta } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 - 6t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$$

19. Escreva as equações paramétricas da reta tangente à curva dada pela interseção do parabolóide $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ com o plano $x = 2$, no ponto $(2, 3, 2)$.

20. Encontre o centro e o raio da circunferência que é a interseção do plano $\pi : 2x - 2y - z + 9 = 0$ com a esfera $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 100$.

21. Identifique e esboce as quádricas cujas equações são:

(a) $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4$

(b) $-x^2 + 4y^2 + z^2 = 4$

(c) $\frac{x^2}{36} - 9y^2 - 4z^2 = 9$

(d) $y = x^2 + 4z^2$

(e) $y = -x^2 + \frac{z^2}{4}$

(f) $x^2 + 2y^2 - z = 0$

(g) $x^2 + 2y^2 - z^2 = 0$

22. Identifique e esboce os cilindros:

(a) $x^2 + y^2 = 1$

(b) $y^2 + z^2 = 1$

(c) $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$

(d) $z = y^2$

(e) $x = y^2 + 4$