

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Ciência e Tecnologia
Departamento de Física e Matemática - Prof Ana Isabel
Geometria Analítica - Lista 3
(Referência: Geometria Analítica de Genésio Reis e Valdir Silva)

“Se não conseguir resolver o problema proposto, não se aflija muito com o insucesso e procure consolar-se com alguns dos êxitos que já obteve, procure antes resolver algum problema correlato; criará, assim, coragem para obter de novo o problema original. Não esqueça que a superioridade do homem está em contornar um obstáculo que não pode ser superado frontalmente, em conceber um problema auxiliar adequado quando o problema original parecer insolúvel.”

1. Determine equações paramétricas para a reta $r: 2x + 3y - 6 = 0$.
2. Determine os valores de a, b e c tais que, simultaneamente, r e s sejam coincidentes e s e u sejam paralelas.

$$r: \begin{cases} x = 8 - 2at \\ y = 3 + bt, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = -6 + at \\ y = 5 + ct, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad u: x - ay + 1 = 0$$

3. Determine equações paramétricas e a equação cartesiana da reta que contém os pontos $A = (1, 2)$ e $B = (3, 7)$.
4. As retas $r: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -2 + t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$ e $s: 2x + 6y + 7 = 0$ são paralelas, coincidentes ou nada disso? Justifique. Encontre a distância entre r e s .
5. Explique porque dadas duas retas r e s de equações $r: Ax + By + C = 0$ e $s: A'x + B'y + C' = 0$, temos que:

$$r \parallel s \iff \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \quad \text{mas } \frac{C}{C'} \text{ não acompanha esta proporcionalidade}$$

e

$$r \text{ e } s \text{ são coincidentes} \iff \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$$

6. Determine equações paramétricas da reta bissetriz de um dos ângulos formados pelas retas:

$$r: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 - t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 5 + 4t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

7. Analise e conclua sobre a posição relativa das retas r e s abaixo:

$$r: \begin{cases} x = -1 + \frac{t}{2} \\ y = 3 - t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 5 + 4t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

8. Determine as coordenadas do ponto Q simétrico do ponto $P = (0, 2)$ com relação à reta que contém os pontos $A = (1, 1)$ e $B = (2, 3)$.
9. Conclua sobre a posição relativa das 3 retas abaixo. Justifique claramente suas conclusões.

$$r: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 8 + 6t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases} \quad s: 2x - y + 4 = 0 \quad m: \frac{x - 2}{3} = \frac{y - 8}{4}$$

10. Dadas as retas $r: ax + y - 3 = 0$ e $s: y = bx$ e $m: x - y + b = 0$, determine todos os valores possíveis para a e b para os quais tenhamos simultaneamente, $r \perp s$ e $d(O, m) = a\sqrt{8}$, onde O é origem das coordenadas.

DAQUI EM DIANTE OS EXERCÍCIOS FAZEM PARTE DO LIVRO REIS/SILVA:

11. Escreva as equações da reta que

- (a) contém o ponto $(-1, 1)$ e tem direção do vetor $(2, 3)$;
- (b) contém os pontos $A = (3, 2)$ e $B = (2, 3)$

12. Dados os vetores $\vec{u} = (1, 5)$ e $\vec{v} = (4, 1)$, escreva equações paramétricas e cartesianas das retas que contém as diagonais do paralelogramo definido por \vec{u} e \vec{v} .

13. (a) Mostre que

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 7 - 5t \end{cases}$$

são equações paramétricas da reta definida pelos pontos $A = (3, 7)$ e $B = (5, 2)$.

(b) Que valores devem ser atribuídos a t para se obter os pontos A e B ?

(c) Que valores de t dão os pontos entre A e B ?

(d) Localize na reta os pontos para os quais $t > 1$ e $t < 0$.

14. Escreva as equações paramétricas da reta que contém o ponto $(1, 2)$ e faz com a reta $y = -2x + 4$ um ângulo de 60° .

15. Determine a projeção ortogonal do ponto $P = (2, 4)$ sobre a reta

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$$

16. Dado o ponto $A = (2, 3)$, ache o vetor \vec{AP} , onde P é o pé da perpendicular baixada de A à reta $y = 5x + 3$.

17. Determine a interseção da reta $y = 2x - 1$ com a reta definida pelos pontos $(2, 1)$ e $(0, 0)$.

18. Dados o ponto $P = (2, -1)$ e a reta r de equação $y = 3x - 5$, escreva uma equação da reta que contém o ponto P e

(a) seja paralela à reta r

(b) seja perpendicular à reta r

19. Determine o ângulo menor entre as retas

(a) $2x + 3y = 1$ e $y = -5x + 8$

(b) $x + y + 1 = 0$ e $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$

20. Determine a distância entre as retas $2x - y = 6$ e $2x - y = -1$

21. Escreva uma equação da circunferência que contém os pontos de interseção das retas $y = x + 1$, $y = 2x + 2$ e $y = -2x + 3$

22. Escreva as equações paramétricas das seguintes circunferências:

(a) $x^2 + y^2 - 11 = 0$

(b) $x^2 + y^2 - x + 3y - 2 = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 6y = 0$

(d) $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$

23. Deduza uma equação da circunferência de centro na origem e tangente à reta $3x - 4y + 20 = 0$.

24. Determine uma equação da circunferência tangente às retas $y = x$ e $y = -x$ nos pontos $(3, 3)$ e $(-3, 3)$

25. Sejam C a circunferência de centro $(1, 2)$ e raio 3 e a reta r definida pelos pontos $A = (6, 6)$ e $B = (2, 10)$. Determine:

(a) em C um ponto equidistante de A e de B ;

(b) em r o ponto mais próximo de C .

26. Determine a interseção das circunferências

$$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0 \text{ e } x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$$

27. Escreva as equações paramétricas da tangente à circunferência

$$\begin{cases} x = x_0 + r \cos t \\ y = y_0 + r \sin t \end{cases}$$

no ponto (x_1, y_1) .

28. A trajetória de uma partícula é dada por

$$\begin{cases} x = 2 + 2 \cos t \\ y = 1 + 2 \sin t, \quad \frac{\pi}{8} \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

Determine o menor valor de t para o qual a partícula se encontra a igual distância dos pontos $A = (0, 4)$ e $B = (1, 5)$.