Universidade Federal Fluminense
Instituto de Ciência e Tecnologia
Departamento de Física e Matemática
Geometria Analítica - Lista 4

1. Obtenha uma equação da elipse de focos F_1 e F_2 cujo eixo maior mede M, em cada um dos seguintes casos:

   (a) $F_1 = (0, -1)$, $F_2 = (0, 1)$ e $M = 6$ (b) $F_1 = (2, 1)$, $F_2 = (4, 1)$ e $M = 4$

2. Calcule a distância focal, a excentricidade e a medida do eixo menor da elipse de focos F_1 e F_2, cujo eixo maior mede M, em cada um dos seguintes casos:

   (a) $F_1 = (7, 2)$, $F_2 = (13, 2)$ e $M = 10$ (b) $F_1 = (3, 4)$, $F_2 = (3, 14)$ e $M = 26$

3. Dê a equação reduzida e faça um esboço do gráfico da elipse em cada um dos casos:

   (a) $x^2 + 9y^2 - 6x - 36y + 36 = 0$
   (b) $4x^2 + y^2 + 8x = 0$
   (c) $x^2 + 25y^2 + 2x - 100y + 76 = 0$
   (d) $x^2 + 36y^2 - 10x - 11 = 0$
   (e) $25x^2 + 9y^2 = 225$

4. Obtenha uma equação da elipse que passa pelo ponto $Q(6, 5)$ cujo eixo maior $\overline{A_1A_2}$ é tal que $A_1 = (1, 2)$ e $A_2 = (11, 2)$.

5. A equação de uma elipse é $x^2 + 2y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. Escreva essa equação sob a forma reduzida e calcule a sua excentricidade.

6. Encontre uma equação da elipse de focos $F_1 = (4, 2)$ e $F_2 = (4, 10)$ cujo eixo menor mede 6 unidades.

7. Calcular a área do quadrilátero em que dois dos vértices coincidam com os focos da elipse $x^2 + 5y^2 = 20$ e os outros dois com as extremidades do eixo menor.

8. Calcular a área de um quadrilátero em que dois de seus vértices coincidam com os focos da elipse $9x^2 + 5y^2 = 1$ e od outros dois com as extremidades do eixo menor.

9. Entre os pontos dados abaixo, indicar os que se acham na partes interna e extrena da elipse $8x^2 + 5y^2 = 77$:

$$A_1 = (-2, 3), \quad A_2 = (2, -2), \quad A_3 = (2, -4), \quad A_4 = (-1, 3), \quad A_5 = (-4, -3)$$

$$A_6 = (3, -1), \quad A_7 = (3, -2), \quad A_8 = (2, 1), \quad A_9 = (0, 15), \quad A_{10} = (0, -16)$$

10. Determine natureza das curvas definidas pelas equações abaixo, e depois trace essas curvas.

    (a) $y = \frac{3}{4}\sqrt{16 - x^2}$

    (b) $y = -\frac{5}{3}\sqrt{9 - x^2}$

    (c) $y = -\frac{2}{3}\sqrt{9 - y^2}$

    (d) $y = \frac{1}{7}\sqrt{49 - y^2}$

11. Dado o ponto $M = (2, -\frac{5}{3})$ da elipse de equações paramétricas

$$\begin{cases} x = 3\cos t \\ y = \sqrt{5}\,\mathrm{sen}\, t, \quad t \in \mathbb{R} \end{cases}$$

    encontre a equação cartesiana da reta que contém M e um dos focos F_1 da elipse, e da reta que contém M e o outro foco F_2.

12. O ponto $M = (3, -1)$ é a extremidade do eixo menor de uma elipse cujos focos se acham sobre a reta $y + 6 = 0$. Achar a equação da elipse, sabendo que sua excentricidade é $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

13. Achar os pontos de interseção da reta $x + 2y - 7 = 0$ e da elipse $x^2 + 4y^2 = 25$.

14. Achar os pontos de interseção da reta $3x + 10y - 25 = 0$ e da elipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.

15. Achar os pontos de interseção da reta $3x - 4y - 40 = 0$ e da elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.