

Universidade Federal Fluminense
Instituto de Ciência e Tecnologia
Departamento de Física e Matemática - Prof Ana Isabel
Geometria Analítica - Lista 6 (Parábola)

“Se você não consegue resolver o problema dado, tente resolver um problema parecido. Consegue imaginar um caso particular mais acessível? Um caso mais geral e mais acessível? Consegue resolver alguma parte do problema? Mantenha apenas parte das condições do problema e observe o que ocorre com a incógnita, como ela varia agora? Consegue obter alguma coisa a partir dos dados? Você consegue imaginar outros dados capazes de produzir a incógnita? Consegue alterar a incógnita ou os dados, ou ambos, de modo que a nova incógnita e os novos dados fiquem mais próximos?¹.”

1. Para cada parábola, escreva sua equação na forma $(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$ e encontre o eixo de simetria e o vértice de cada uma.
 - (a) $y = x^2 - 6x + 11$
 - (b) $y = x^2 + 6x + 11$
 - (c) $y = -x^2 - 6x - 11$
 - (d) $y = -x^2 + 6x - 11$
2. Obtenha a equação e esboce a parábola sendo dados:
 - (a) Foco $F = (4, 0)$ e diretriz $d: x = -4$
 - (b) Vértice $V = (3, 4)$ e foco $F = (10, 4)$
 - (c) Vértice $V = (1, 1)$ e diretriz $d: x + y = 0$
 - (d) Vértice $V = (6, -3)$ e diretriz $d: 3x - 5y + 1 = 0$
 - (e) Eixo de simetria $x = -1$ e dois de seus pontos $(1, 3)$ e $(-2, -3)$.
3. Considere a parábola de equação $y = x^2 + 2x - 1$ dada como gráfico de uma função quadrática. Mostre que a reta tangente à parábola no ponto $(1, 2)$ é dada por $y = 2 + 4(x - 1)$. Obtenha o foco e a diretriz.

¹Este trecho de texto foi elaborado a partir de um resumo de Peter Alfeld (Department of Mathematics, University of Utah) sobre o livro: G. Polya, “How to Solve It”, 2nd ed., Princeton University Press, 1957, conforme <http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/resu2.html>

4. Determine o foco, o vértice, a equação da diretriz e esboce as parábolas cujas equações são:
- (a) $y^2 = 4x - 8$ (c) $y = 4x^2 - 8x + 7$
(b) $x^2 = 6y + 2$ (d) $x = -y^2 + 2y - 1$
5. Deduza uma equação da parábola que contém o ponto $(1, 4)$, sabendo que seu eixo é paralelo ao eixo y e que seu vértice é o ponto $(2, 3)$.
6. Deduza uma equação da parábola que contém os pontos $(-1, 12)$, $(1, 2)$ e $(2, 0)$ e tem eixo paralelo ao eixo y .
7. Encontre os elementos (foco, vértice, eixo e diretriz) da parábola $16y = x^2 + 8x + 32$ e esboce seu gráfico.
8. Achar a equação de uma reta tangente à parábola $y^2 = 8x$ e paralela à reta $2x + 2y - 3 = 0$.
9. Sejam $A = (6, -3)$ o vértice de uma parábola e $3x - 5y + 1 = 0$ e equação de sua diretriz. Determinar seu foco F .
10. Determinar os pontos de interseção da elipse $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{225} = 1$ e da parábola $y^2 = 24x$
11. Determinar os pontos de interseção da hipérbole $\frac{x^2}{29} - \frac{y^2}{5} = -1$ e da parábola $y^2 = 3x$
12. Determinar os pontos de interseção das parábolas $y = x^2 - 2x + 1$ e $x = y^2 - 6y + 7$.
13. Encontre valores de k para que a parábola $2y = x^2 - 2x + k$ tenha dois pontos em comum com o eixo X .