Universidade Federal Fluminense
Instituto de Ciência e Tecnologia
Departamento de Física e Matemática - Prof Ana Isabel
Geometria Analítica - Lista 8

---

1. Dados os vetores $\vec{u} = (2, -1, 1), \vec{v} = (1, -1, 0)$ e $\vec{w} = (-1, 2, 2)$, calcular:

   (a) $\vec{w} \times \vec{v}$

   (b) $\vec{v} \times (\vec{w} - \vec{u})$

   (c) $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v})$

   (d) $2\vec{u} \times 3\vec{v}$

   (e) $(\vec{u} \times \vec{v}).(\vec{u} \times \vec{v})$

   (f) $(\vec{u} \times \vec{v}).\vec{w}$ e $\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w})$

   (g) $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$ e $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$

   (h) $(\vec{u} + \vec{v}).(\vec{u} \times \vec{w})$

2. Dados os pontos $A = (2, -1, 2), B = (1, 2, -1)$ e $C = (3, 2, 1)$, determinar o vetor $\vec{CB} \times (\vec{BC} - 2\vec{CA})$.

3. Determinar um vetor que seja simultaneamente ortogonal aos vetores $2\vec{a} + \vec{b}$ e $\vec{b} - \vec{a}$, sendo $\vec{a} = (3, -1, -2)$ e $\vec{b} = (1, 0, 3)$

4. Determinar o valor de m para que o vetor $\vec{w} = (1, 2, m)$ seja simultaneamente ortogonal aos vetores $\vec{v_1} = (2, -1, 0)$ e $\vec{v_2} = (1, -3, -1)$.

5. Determinar $\vec{v}$ tal que $\vec{v}$ seja ortogonal ao eixo OY e $\vec{u} = \vec{v} \times \vec{w}$, sendo $\vec{u} = (1, 1, -1)$ e $\vec{w} = (2, -1, 1)$.

6. Determine a equação da reta r que passa por $P = (2, 3, -1)$ e é perpendicular ao plano $\Pi : \ x - 5y - 4z - 1 = 0$. Encontre o ponto Q onde r fura Π.

7. Determine a equação da reta r que passa por $P = (2, 3, 4)$ e é perpendicular ao plano $\alpha : \ X = (2, 3, 1) + \lambda(1, 0, -1) + \mu(3, 1, 1) \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R}$

8. Determine a equação do plano α que passa por $P = (2, 3, 1)$ e é perpendicular à reta $r: \ X = (3, 0, 0) + t(2, 1, -3) \quad t \in \mathbb{R}$. Determine Q tal que $\{Q\} = r \cap \alpha$.

9. Considere os planos $\alpha : 2x - 3y + z - 1 = 0$ e $\beta : x - 2y + 3z - 10 = 0$. Mostre que a reta de interseção dos planos é ortogonal aos vetores normais de α e de β. Verifique se este fato é verdadeiro para quaisquer dois planos concorrentes α e β.

10. Determine a equação vetorial da reta s que passa por $P = (0, 0, 0)$ e é perpendicular à reta $r : X = (1, 0, 0) + t(2, -1, 3), \quad t \in \mathbb{R}$

11. Escreva a equação geral do plano paralelo ao plano XOY e que contém o ponto $A = (2, 3, 7)$.

12. Escreva a equação geral do plano paralelo ao eixo OZ e que contém os pontos $A = (0, 3, 1)$ e $B = (2, 0, -1)$.

13. Escreva a equação geral do plano paralelo ao eixo OX e que contém os pontos $A = (-2, 0, 2)$ e $B = (0, -2, 1)$.

14. Escreva a equação geral do plano paralelo ao eixo OY e que contém os pontos $A = (2, 1, 0)$ e $B = (0, 2, 1)$.

15. Escreva a equação geral do plano perpendicular ao eixo OY e que contém o ponto $A = (3, 4, -1)$.

16. Escreva a equação geral do plano que contém o ponto $A = (6, 0, -2)$ e é paralelo aos vetores $\vec{i}$ e $-2\vec{j} + \vec{k}$.

17. Escreva a equação geral do plano que contém os pontos $A = (-3, 1, -2)$ e $B = (-1, 2, 1)$ é paralelo ao vetor $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$.

18. Escreva a equação geral do plano que contém os pontos $A = (1, -2, 2)$ e $B = (-3, 1, -2)$ é perpendicular ao plano $\pi : 2x + y - z + 8 = 0$.

19. Escrever a equação geral do plano determinado pelos pontos:

    (a) $A = (-1, 2, 0), B = (2, -1, 1)$ e $C = (1, 1, -1)$

    (b) $A = (2, 1, 0), B = (-4, -2, -1)$ e $C = (0, 0, 1)$

    (c) $A = (0, 0, 0), B = (0, 3, 0)$ e $C = (0, 2, 5)$

(d) $A = (2,1,3), B = (-3,-1,3)$ e $C = (4,2,3)$

20. Determine a equação do plano que contém o ponto $A = (3,-1,2)$ e a reta $r: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

21. Determine a equação do plano que contém o ponto $A = (1,-1,2)$ e o eixo OZ.

22. Determine a equação do plano que contém o ponto $A = (1,-2,1)$ e o eixo OX.

23. Determine a equação geral do plano que contém os seguintes pares de retas:

(a)

$$r: \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x + 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad s: \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{z-1}{5} \\ y = -1 \end{cases}$$

(b)

$$r: \begin{cases} x = -3 + t, \qquad t \in \mathbb{R} \\ y = -t \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad s: \begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-2} \\ z = 0 \end{cases}$$