

Universidade Federal Fluminense  
Instituto de Ciência e Tecnologia  
Departamento de Física e Matemática - Prof Ana Isabel  
Geometria Analítica - Lista 8

---

- Dados os vetores  $\vec{u} = (2, -1, 1)$ ,  $\vec{v} = (1, -1, 0)$  e  $\vec{w} = (-1, 2, 2)$ , calcular:
  - $\vec{w} \times \vec{v}$
  - $\vec{v} \times (\vec{w} - \vec{u})$
  - $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v})$
  - $2\vec{u} \times 3\vec{v}$
  - $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot (\vec{u} \times \vec{v})$
  - $(\vec{u} \times \vec{v}) \cdot \vec{w}$  e  $\vec{u} \cdot (\vec{v} \times \vec{w})$
  - $(\vec{u} \times \vec{v}) \times \vec{w}$  e  $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$
  - $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} \times \vec{w})$
- Dados os pontos  $A = (2, -1, 2)$ ,  $B = (1, 2, -1)$  e  $C = (3, 2, 1)$ , determinar o vetor  $\vec{CB} \times (\vec{BC} - 2\vec{CA})$ .
- Determinar um vetor que seja simultaneamente ortogonal aos vetores  $2\vec{a} + \vec{b}$  e  $\vec{b} - \vec{a}$ , sendo  $\vec{a} = (3, -1, -2)$  e  $\vec{b} = (1, 0, 3)$
- Determinar o valor de  $m$  para que o vetor  $\vec{w} = (1, 2, m)$  seja simultaneamente ortogonal aos vetores  $\vec{v}_1 = (2, -1, 0)$  e  $\vec{v}_2 = (1, -3, -1)$ .
- Determinar  $\vec{v}$  tal que  $\vec{v}$  seja ortogonal ao eixo  $OY$  e  $\vec{u} = \vec{v} \times \vec{w}$ , sendo  $\vec{u} = (1, 1, -1)$  e  $\vec{w} = (2, -1, 1)$ .
- Determine a equação da reta  $r$  que passa por  $P = (2, 3, -1)$  e é perpendicular ao plano  $\Pi : x - 5y - 4z - 1 = 0$ . Encontre o ponto  $Q$  onde  $r$  fura  $\Pi$ .
- Determine a equação da reta  $r$  que passa por  $P = (2, 3, 4)$  e é perpendicular ao plano  $\alpha : X = (2, 3, 1) + \lambda(1, 0, -1) + \mu(3, 1, 1)$   $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

8. Determine a equação do plano  $\alpha$  que passa por  $P = (2, 3, 1)$  e é perpendicular à reta  $r : X = (3, 0, 0) + t(2, 1, -3) \quad t \in \mathbb{R}$ . Determine  $Q$  tal que  $\{Q\} = r \cap \alpha$ .
9. Considere os planos  $\alpha : 2x - 3y + z - 1 = 0$  e  $\beta : x - 2y + 3z - 10 = 0$ . Mostre que a reta de interseção dos planos é ortogonal aos vetores normais de  $\alpha$  e de  $\beta$ . Verifique se este fato é verdadeiro para quaisquer dois planos concorrentes  $\alpha$  e  $\beta$ .
10. Determine a equação vetorial da reta  $s$  que passa por  $P = (0, 0, 0)$  e é perpendicular à reta  $r : X = (1, 0, 0) + t(2, -1, 3), \quad t \in \mathbb{R}$
11. Escreva a equação geral do plano paralelo ao plano XOY e que contém o ponto  $A = (2, 3, 7)$ .
12. Escreva a equação geral do plano paralelo ao eixo OZ e que contém os pontos  $A = (0, 3, 1)$  e  $B = (2, 0, -1)$ .
13. Escreva a equação geral do plano paralelo ao eixo OX e que contém os pontos  $A = (-2, 0, 2)$  e  $B = (0, -2, 1)$ .
14. Escreva a equação geral do plano paralelo ao eixo OY e que contém os pontos  $A = (2, 1, 0)$  e  $B = (0, 2, 1)$ .
15. Escreva a equação geral do plano perpendicular ao eixo OY e que contém o ponto  $A = (3, 4, -1)$ .
16. Escreva a equação geral do plano que contém o ponto  $A = (6, 0, -2)$  e é paralelo aos vetores  $\vec{i}$  e  $-2\vec{j} + \vec{k}$ .
17. Escreva a equação geral do plano que contém os pontos  $A = (-3, 1, -2)$  e  $B = (-1, 2, 1)$  é paralelo ao vetor  $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ .
18. Escreva a equação geral do plano que contém os pontos  $A = (1, -2, 2)$  e  $B = (-3, 1, -2)$  é perpendicular ao plano  $\pi : 2x + y - z + 8 = 0$ .
19. Escrever a equação geral do plano determinado pelos pontos:
  - (a)  $A = (-1, 2, 0), B = (2, -1, 1)$  e  $C = (1, 1, -1)$
  - (b)  $A = (2, 1, 0), B = (-4, -2, -1)$  e  $C = (0, 0, 1)$
  - (c)  $A = (0, 0, 0), B = (0, 3, 0)$  e  $C = (0, 2, 5)$

(d)  $A = (2, 1, 3)$ ,  $B = (-3, -1, 3)$  e  $C = (4, 2, 3)$

20. Determine a equação do plano que contém o ponto  $A = (3, -1, 2)$  e a

$$\text{reta } r : \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

21. Determine a equação do plano que contém o ponto  $A = (1, -1, 2)$  e o eixo OZ.

22. Determine a equação do plano que contém o ponto  $A = (1, -2, 1)$  e o eixo OX.

23. Determine a equação geral do plano que contém os seguintes pares de retas:

(a)

$$r : \begin{cases} y = 2x - 3 \\ z = -x + 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} \frac{x-1}{3} = \frac{z-1}{5} \\ y = -1 \end{cases}$$

(b)

$$r : \begin{cases} x = -3 + t, & t \in \mathbb{R} \\ y = -t \\ z = 4 \end{cases} \quad \text{e} \quad s : \begin{cases} \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-2} \\ z = 0 \end{cases}$$