Universidade Federal Fluminense
Instituto de Ciência e Tecnologia
Departamento de Ciências da Natureza - Prof Ana Isabel
Geometria Analítica - Lista 9

---

1. Calcular a área do paralelogramo definido pelos vetores $\vec{u} = (3, 1, 2)$ e $\vec{v} = (4, -1, 0)$.

2. Calcular a área do paralelogramo definido pelos vetores $2\vec{u}$ e $-\vec{v}$, sendo $\vec{u} = (2, -1, 0)$ e $\vec{v} = (1, -3, 2)$.

3. Calcular a área do paralelogramo que tem um vértice no ponto $A = (3, 2, 1)$ e uma diagonal de extremidades $B = (1, 1, -1)$ e $C = (0, 1, 2)$.

4. Determine a distância do ponto $P = (1, 2, 3)$ ao plano $x-2y-z-1 = 0$.

5. Determine a distância do ponto $P = (1, 1, 2)$ à reta $r : X = (1, 3, -1) + t(2, 5, 1), \quad t \in \mathbb{R}$

6. Verifique que os planos $\pi_1 : \quad x-2y+3z-1 = 0$ e $\pi_2 : \quad x-2y+3z-10 = 0$ são paralelos, e calcule a distância entre eles.

7. Sejam $P = (2, 3, -1)$ e o plano $\pi : x - 3y - 4z = 0$.

   (a) Calcule o ponto Q do plano π que é a projeção ortogonal do P sobre o plano π;

   (b) Calcule o ponto R do espaço, conhecido como simétrico de P em relação a π.

8. Dados os vetores $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{v} = \vec{i} + \vec{j}$ e $\vec{w} = -2\vec{j} - \vec{k}$, calcular os produto mistos:

   (a) $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$

   (b) $[\vec{u}, \vec{w}, \vec{u}]$

   (c) $[\vec{u}, \vec{w}, \vec{v}]$

   (d) $[\vec{u}, \vec{w}, \vec{w}]$

9. Verifique se os pontos $A = (0, 2, -2), B = (-1, 0, -2), C = (-2, -1, -3)$ e $D = (1, 1, 1)$ são coplanares.

10. Verifique se os pontos $A = (-1, 0, 3), B = (-1, -2, 2), C = (1, 0, 2)$ e $D = (2, 4, 1)$ são coplanares.

11. Qual deve ser o valor de a para que os vetores $\vec{u} = (1, a, -2)$, $\vec{v} = (3, 0, -4)$ e $\vec{w} = (-2, 1, 3)$ sejam coplanares?

12. Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores $\vec{u} = (2, 1, 1)$, $\vec{v} = (2, -2, 3)$ e $\vec{w} = (0, 1, 3)$.

13. Sejam os vetores $\vec{u} = (1, 1, 0), \vec{v} = (2, 0, 1), \vec{w_1} = 3\vec{u} - 2\vec{v}, \vec{w_2} = \vec{u} + 3\vec{v}$ e $\vec{w_3} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Determinar o volume do paralelepípedo definido por $\vec{w_1}, \vec{w_2}$ e $\vec{w_3}$.

14. Os vetores $\vec{a} = (2, -1, -3), \vec{b} = (-1, 1, -4)$ e $\vec{c} = (m + 1, m, -1)$ determinam um paralelepípedo de volume 42. Calcular m.

15. Calcular o volume do tetraedro ABCD, sendo dados:

    (a) $A = (1, 0, 0), B = (0, 1, 0), C = (0, 0, 1)$ e $D = (4, 2, 7)$

    (b) $A = (-1, 3, 2), B = (0, 1, -1), C = (-2, 0, 1)$ e $D = (1, -2, 0)$. Para este, calcular também a medida da altura traçada do vértice A.

16. Determine a altura h do tetraedro ABCD baixada do vértice D, onde $A = (1, 2, 1), B = (2, -1, 1), C = (0, -1, -1)$ e $D = (3, 1, 0)$.

17. Verifique se os vetores $\vec{u} = (3, -1, 4), \vec{v} = (1, 0, -1)$ e $\vec{w} = (2, -1, 0)$ são coplanares.

18. Verifique se os pontos $A = (1, 2, 4), B = (-1, 0, -2), C = (0, 2, 2)$ e $D = (-2, 1, -3)$ estão no mesmo plano.

19. Determine o valor de m para que os pontos $A = (m, -1, 5), B = (7, 2, 1), C = (-1, -3, -1)$ e $D = (1, 0, 3)$ sejam coplanares.

20. Considere o plano que contém o ponto $P = (5, 2, -2)$ e é perpendicular ao vetor $\vec{v} = (1, 2, 3)$.

    (a) Determine a equação deste plano;

    (b) Determine o volume do tetraedro formado por este plano e pelos planos XY, YZ e ZX.

21. Dados os pontos $M_1 = (3, 4, -4)$, $M_2 = (-3, 2, 4)$, $M_3 = (-1, -4, 4)$ e $M_4 = (2, 3, -3)$, determinar os que se acham sobre a curva

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 36 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

e os que não pertencem a essa curva.

22. Achar entre as curvas dadas abaixo as que passam pela origem das coordenadas:

(a)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 25 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 9 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

23. Ache sobre a curva

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 49 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 4z - 25 = 0 \end{cases}$$

um ponto de abcissa 3, outro ponto que tenha ordenada e ainda outro ponto de cota 8.

24. Determinar as curvas dadas pelas equações seguintes:

(a)

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

(d)

$$\begin{cases} x - 2 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

(e)

$$\begin{cases} x + 2 = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases}$$

(f)

$$\begin{cases} x - 5 = 0 \\ z + 2 = 0 \end{cases}$$

(g)

$$\begin{cases} y + 2 = 0 \\ z - 5 = 0 \end{cases}$$

(h)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 49 \\ z = 0 \end{cases}$$

(i)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 49 \\ y = 0 \end{cases}$$

(j)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 25 \\ x = 0 \end{cases}$$

(k)

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 20 \\ z - 2 = 0 \end{cases}$$

25. Achar a equação da interseção do plano XZ e da esfera de centro na origem das coordenadas e de raio 3.

26. Achar a equação da interseção da esfera de centro na origem das coordenadas e de raio 5 com um plano paralelo ao plano XZ e que se encontra no semi-espaço esquerdo a uma distância de duas unidades deste.

27. Achar a equação da interseção da esfera de centro $C = (5, -2, 1)$ e de raio 13 com um plano paralelo ao plano YZ.

28. Achar a equação da interseção de duas esferas, sendo uma de raio 6 e de centro na origem das coordenadas e a outra de raio 5 e de centro $C = (1, -2, 2)$.

29. Achar os pontos de interseção das três superfícies

$$x^2 + y^2 + z^2 = 49, \qquad y - 3 = 0, \qquad z + 6 = 0$$

30. Achar os pontos de interseção das três superfícies

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9, \qquad x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 5, \qquad y - 2 = 0$$