

600 4000 / 1000

DUAS PÁGINAS A

500 1000
(1000000)

ET CONTINUA...

CLIQUE EM "EDUARDO
OCHS" E EM QUALQUER
SUBPÁGINA DO ANGG. LINDA
CLIQUE EM "CA" NA
BARRA DE NAVEGAÇÃO...

Para obter as OPERAÇÕES
=, <, ≤, >, ≥, LTA, ST,
OPERAÇÕES QUE RETORNAM
V ou F.

② IMPRIMAM UMA
CÓPIA DO MATERIAL
NA PAPELARIA AQUI
DE FRENTE NA PROPOSTA
TERÇA MALUCA!

$$\begin{array}{r} 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \\ \hline 6 \quad 20 \\ \hline 26 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \\ \hline 7 \\ \hline 14 \\ \hline 70 \end{array}$$

AVISO: O CURSO COMPLEMENTA
OS LIVROS (VEJAM A PÁGINA
DO CURSO).

$$\begin{array}{r} 1 < 3 \\ \hline V \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 < 3 \\ \hline F \end{array}$$

a	a > 2
0	F
1	F
2	F
3	V
4	V

$$\begin{array}{r} 3 + V \\ \hline \text{ERRO} \end{array}$$

GA 14/MAR/2018

HOJE: RETAS!

(PÁGINA 10 DO MATERIAL)

DEPOIS QUE VOCÊS
DESCOBRIREM OS TRUQUES
VOCÊS VÃO SER CAPAZES
DE FAZER OUTROS

EXERCÍCIOS PARECIDOS
EM SEGUNDOS -

MAS TENTEM DESCOBRIR
OS TRUQUES VOCÊS
MESMOS! ☺

OBS: $\{0, 1, 2, 3, 4, s\}^2 =$
 $\{0, 1, 4, 9, 16, 2s\} \dots ?$

NÃO!!! DICA: ISTO ESTÁ
EXPLICADO NO INÍCIO DA P.P!
NÃO SEJAM COMO AS PESSOAS
DO SEMESTRE PASSADO QUE ATÉ
HOJE TÊM CERTEZA DE QUE
 $\{0, 1, 2, 3, 4, s\}^2 = \{0, 1, 4, 9, 16, 2s\}!$

OBRIGADO! ☺

GA 29/MAR/2018

VAMOS CONTINUAR OS
EXERCÍCIOS DA AULA
PASSADA...

DICA: O PRODUTO

$$(\vec{a}, \vec{b}) \cdot (\vec{c}, \vec{d}) = ac + bd$$

VAI SERVIR PRA VÁRIAS
COISAS DIFERENTES
QUE VAMOS ENTENDER
AOS POUCOS...

EXERCÍCIOS (PREPARAÇÃO
PROS ÚLTIMOS EXERCÍCIOS
DE RETAS DA FOLHA 13):

1) ENCONTRE SOLUÇÕES DE
 $(\vec{x}, \vec{y}) \cdot (\vec{2}, \vec{3}) = 4$

PARA:

a) $x = 1$

b) $x = 10$

c) $y = 5$

2) ENCONTRE 5 SOLUÇÕES
DIFERENTES PARA
 $(\vec{x}, \vec{y}) \cdot (\vec{1}, \vec{2}) = 0$.

CHAME-AS DE $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5$.

DESENHE NO MESMO GRÁFICO
OS VETORES $(\vec{1}, \vec{2}), \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3, \vec{v}_4, \vec{v}_5$
APOIANDO TODOS NO PUNTO $(\vec{0}, \vec{0})$.

SEJAM:

$$\vec{U}_1 = (\vec{4}, \vec{5})$$

$$\vec{U}_2 = (\vec{6}, \vec{7})$$

$$\vec{U}_1 + \vec{U}_2 = (\vec{10}, \vec{12})$$

$$(\vec{U}_1)_1 = 4$$

$$(\vec{U}_1)_2 = 5$$

GA 26/MARÇO/2018

AVISO: EU NÃO TIVE TEMPO DE REESCREVER AS FOLHAS 17, 18 e 20 DO MATERIAL PRA EXERCÍCIOS... HOJE VAMOS TRABALHAR EM CIMA DA VERSÃO VELHA (ATUAL !!) DELAS, E EU VOU MODIFICAR O PDF DEPOIS...

A FOLHA 17 É SOBRE ALGUNS PROBLEMAS QUE EM CASOS SIMPLES A GENTE CONSEGUE RESOLVER NO OLHO, E EM CASOS COMPLICADOS A GENTE VAI TER QUE RESOLVER POR SISTEMAS.

NÃO ESQUEÇAM:

SEMPRE TESTEM AS SOLUÇÕES DE VOCÊS!!!

DEPOIS DA FOLHA 17 A GENTE VAI PULAR PRA 20.

DICAS:

$$\textcircled{1} \left((a,b)_\Sigma = 0 + a\vec{u} + b\vec{v} \right) \begin{bmatrix} 0 := (3,1) \\ \vec{u} := (2,1) \\ \vec{v} := (-1,1) \end{bmatrix} = ?$$

$$\textcircled{2} \left((a,b)_\Sigma = 0 + a\vec{u} + b\vec{v} \right) \begin{bmatrix} a := 3 \\ b := 4 \end{bmatrix} = ?$$

$\textcircled{3}$ REPRESENTE GRAFICAMENTE

$(0,2)_\Sigma, (1,2)_\Sigma, (2,2)_\Sigma,$

$(0,1)_\Sigma, (1,1)_\Sigma, (2,1)_\Sigma,$

$(0,0)_\Sigma, (1,0)_\Sigma, (2,0)_\Sigma$

NUM GRÁFICO SÓ E ESCREVA O NOME DE CADA PONTO - POR EXEMPLO, $(2,1)_\Sigma$ - DO LADO DELE.

SE ALGUÉM TIVER DÚVIDAS NA P. 12 VENHA FALAR COMIGO URGENTE! !!

VOU MUDAR A ORDEM DAS FOLHAS NO MATERIAL PARA EXERCÍCIOS...

TÍTULO PÁGINA HOJE PÁGINA DEPOIS DA REORGANIZAÇÃO

INTERSEÇÕES DE RETAS PARAMETRIZADAS	17	14
SISTEMAS DE COORDENADAS	20	15
VISUALIZANDO $F(x,y)$	18	17

GA 2/ABRIL/2018

NOTE QUE SE

$$\vec{O} = (2, 3),$$

$$\vec{U} = (4, 5),$$

$$\vec{V} = (6, 7),$$

$$(a, b)_{\Sigma} = \vec{O} + a\vec{U} + b\vec{V}$$

ENTÃO

$$\begin{aligned}(a, b)_{\Sigma} &= (2, 3) + a(4, 5) + b(6, 7) \\ &= (2, 3) + (4a, 5a) + (6b, 7b) \\ &= (2 + 4a + 6b, 3 + 5a + 7b),\end{aligned}$$

E SE

$$(a, b)_{\Sigma} = (x, y)$$

ENTÃO

$$(x, y) = (2 + 4a + 6b, 3 + 5a + 7b),$$

$$\left. \begin{aligned}x &= 2 + 4a + 6b, \\ y &= 3 + 5a + 7b\end{aligned} \right\} (***)$$

ÁLGUNS DOS PROBLEMAS DAS
PÁGINAS 17 E 18 PEDEM PARA
VOCÊS OBTEREM EQUAÇÕES DA
FORMA

$$a = _ + _ x + _ y$$

$$b = _ + _ x + _ y$$

A PARTIR DAS EQUAÇÕES (***)

GA / ABRIL / 2018

HOJE VAMOS DAR UMA
PAUSA NA MATÉRIA DE
VETORES E COORDENADAS
E VER COMO "ENTENDER"
FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS...

SLOGAN:

"WHEN IN DOUBT
USE BRUTE FORCE"

(QUANDO VOCÊ ESTIVER
EM DÚVIDA USE FORÇA
BRUTA")

ESSE SLOGAN É DE UM
DOS PAIS DA TEORIA DA
COMPUTAÇÃO - O QUE
ELE QUIS DIZER É:

QUANDO VOCÊ NÃO SUCER
RESOLVER UMA EQUAÇÃO
CALCULE MILHARES DE
VALORES.

AVISO: ATÉ AGORA
A GENTE SÓ VIU
RETAS MAS A 2ª PARTE
DO CURSO VAI INCLUIR
FIGURAS MAIS COMPLICADAS,
COMO ELIPSES, PARÁBOLAS,
HIPÉRBOLAS...

GA 11/ABRIL/2018

HOJE: VÁRIOS ASSUNTOS,
~~MAS~~ O MAIS IMPORTANTE
É DEMONSTRAÇÕES.

SE VOCÊS APRENDEREM
A FAZER DEMONSTRAÇÕES
VOCÊS VÃO APRENDER
A FAZER CONTAS COM
PONTOS, VETORES, ETC,
RÁPIDO E BEM. !! !! !!.

HOJE: COMEÇEM PELA P.23.

A PARTE SOBRE DEMONSTRAÇÕES
COMEÇA NA P.24.

DICA: TENTEM FAZER
OS EXERCÍCIOS DAS
FOLHAS 24 A 27 EM CASA!

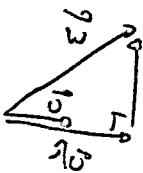
TRADICIONALMENTE EM MATÉRIAS
DE FACULDADE A GENTE EXPÕE
ESSE CONTEÚDO EM 15 MINUTOS
E DIZ "ISSO VOCÊS DEVERIAM
TER APRENDIDO NO ENSINO MÉDIO -
VIREM-SE" E OS ALUNOS OU GASTAM
MILHARES DE HORAS APRENDENDO ISSO
EM CASA JOZINHOS OU SE FERRAM.

GA 16/08/2010

~~Hoje~~ DEMONSTRAÇÕES!
FAÇA OS EXERCÍCIOS
DAS FOLHAS 24 A 27 E
EU VOU TIRAR AS DÚVIDAS
DE VOCÊS! ☺

O OBJETIVO DAS FOLHAS
24 A 27 É VOCÊS
APRENDEREM A FAZER
CONTAS COM PONTOS E
VETORES DO "JEITO
CURTO"... QUEM
TINGER CURIOSIDADE
SOBRE O QUE É O
"JEITO CURTO" PODE
OLHAR OS PROBLEMAS
DA P. 28 (QUE É NOVA
E EU NÃO IMPRIMI), E
A GENTE VAI APRENDER
A LIDAR COM COISAS COMO
ISSO AQUI:

$$\text{SE } \vec{w} = \lambda \vec{u} + \vec{v} \text{ COM } \vec{u} \perp \vec{v}$$
$$\text{ENTÃO } \lambda = \frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}$$



AS DICAS DA P. 26
SÃO MUITO IMPORTANTES!

VEJAM O EXEMPLO
NO MEIO DA P. 25 -
ELE É UM EXEMPLO DE
UMA DEMONSTRAÇÃO QUE
UM LETOR BURRO ENTENDE
E ACEITA.

OBS: O EXERCÍCIO 5
DA P. 25 É MUITO IMPORTANTE.
TENTEM FAZÊ-LO!

Hoje:
 MAIS SOBRE DEMONSTRAÇÕES!
 DISCUSSÃO DAS DÚVIDAS
 DAS PROVAS 25 E 26!
 EXEMPLOS!

P.2, EXERCÍCIO ①

V/F/JUSTIFIQUE...

QUEREMOS VER SE ESTA
 PROPOSIÇÃO É SEMPRE
 VERDADEIRA:

$$(AM) \begin{cases} A := (\vec{a}, \vec{b}) \\ B := (\vec{c}, \vec{d}) \\ C := (\vec{e}, \vec{f}) \end{cases}$$

REPRE QUE ESTA PROPOSIÇÃO É
 $((A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C))$ $\begin{cases} A := (\vec{a}, \vec{b}) \\ B := (\vec{c}, \vec{d}) \\ C := (\vec{e}, \vec{f}) \end{cases}$,

QUE É:
 $((\vec{a}, \vec{b}) \cdot (\vec{c}, \vec{d})) \cdot (\vec{e}, \vec{f}) = (\vec{a}, \vec{b}) \cdot ((\vec{c}, \vec{d}) \cdot (\vec{e}, \vec{f}))$ (*)

CALCULANDO O LADO ESQUERDO DE (*),

TEMOS:
 $((\vec{a}, \vec{b}) \cdot (\vec{c}, \vec{d})) \cdot (\vec{e}, \vec{f}) = \frac{(ac+bd) \cdot (\vec{e}, \vec{f})}{((ac+bd)e, (ac+bd)f)}$

QUE DÁ UM VETOR.

E CALCULANDO O
 LADO DIREITO DE (*),
 TEMOS:

$$(\vec{a}, \vec{b}) \cdot ((\vec{c}, \vec{d}) \cdot (\vec{e}, \vec{f})) = (\vec{a}, \vec{b}) \cdot \underbrace{(ce+df)}_{\text{NÚMERO!}}$$

= ERRO

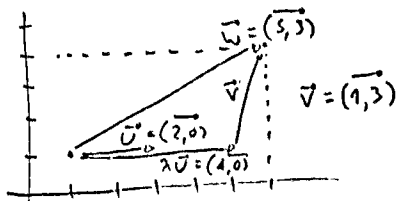
PORTANTO A IGUALDADE (*)
 É FALSA - O LADO ESQUERDO
 DÁ UM VETOR E O
 LADO DIREITO DÁ ERRO.

"Pr"

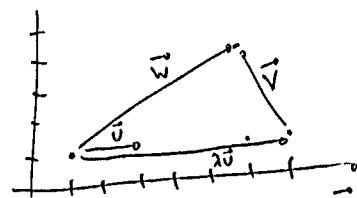
DIGAMOS QUE $\vec{u} = (2, 0)$,
 $\vec{w} = (5, 3)$,
 E $\lambda \vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$.

FIGURAS:

SE $\lambda = 2$,



SE $\lambda = 3$,



SE ALÉM DISSO TEMOS $\vec{u} \perp \vec{v}$ (E PORTANTO $\lambda \vec{u} \perp \vec{v}$)
 ENTÃO NESTE CASO TEREMOS $\lambda = 2.5...$

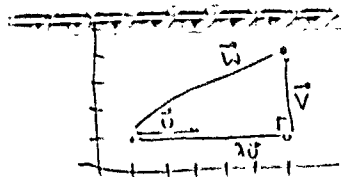
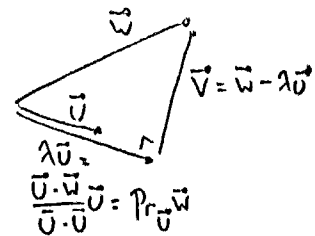


FIGURA (GERAL):



VAMOS AGORA PARA UM
 CASO MAIS GERAL.

DIGAMOS QUE \vec{u}, \vec{w}
 SÃO VETORES, QUE $\lambda \in \mathbb{R}$,

E QUE $\lambda \vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

E QUE $\vec{u} \perp \vec{v}$.

ENTÃO: $\vec{v} = \vec{w} - \lambda \vec{u}$,

$\vec{u} \perp \vec{w} - \lambda \vec{u}$,

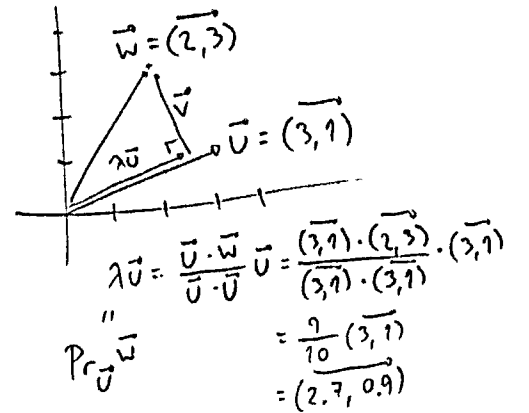
$\vec{u} \cdot (\vec{w} - \lambda \vec{u}) = 0$,

$\vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{u} \cdot \lambda \vec{u} = 0$,

$\vec{u} \cdot \vec{w} - \lambda (\vec{u} \cdot \vec{u}) = 0$

$\vec{u} \cdot \vec{w} = \lambda (\vec{u} \cdot \vec{u})$

$\frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \lambda$.



$$Pr_{\vec{u}} \vec{w} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{u} = \frac{\vec{w}}{\vec{u}} \cdot \vec{u} = \vec{w} \quad ||$$

$$Pr_{\vec{u}} \vec{w} = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{w}) \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{w}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{\vec{u} \cdot \vec{u}} \vec{w} = \vec{w} \quad ||$$

GAZS/ABRIL/2018

SUGESTÃO:

- LEIAM A FOLHA COM A DEMONSTRAÇÃO COMENTADA
- FAÇAM UM POUCO DOS EXERCÍCIOS DE DEMONSTRAÇÃO
- COMECEM A PARTE DE PROJEÇÕES

DICA IMPORTANTÍSSIMA

A VERSÃO NOVA DA P.26 FALA SOBRE USAR AS PROPRIEDADES "EM FORMA CURTA" DAS OPERAÇÕES SOBRE PONTOS E VETORES, QUE VOCÊ DEVE TER DEMONSTRADO NOS EXERCÍCIOS DA P.27...

FAÇA OS EXERCÍCIOS DA P.27 E APRENDA A USAR ESSAS "PROPRIEDADES EM FORMA CURTA", SEM "ABRIR OS VETORES"!

TEM ALGUMAS OPERAÇÕES -

COMO MÓDULO E RAIZ QUADRADA - CUIJAS PROPRIEDADES A GENTE NÃO VAI DISCUTIR EM DETALHES...

A GENTE VAI FINGIR QUE

ISSO É MATÉRIA DE CÁLCULO 1, !!

E VOCÊ VAI TER QUE DESCOBRIR

QUE REGRAS VALEM E USÁ-LAS

DE ACORDO COM AS DICAS DA P.26.

ALGUMAS PROPRIEDADES DE RAÍZES QUADRADAS E MÓDULOS SÓ VALEM SE OS ARGUMENTOS SÃO MAIORES OU IGUAIS A ZERO. EXEMPLO:

$$-3 \neq \sqrt{(-3)^2}$$

$$5 = \sqrt{5^2} \quad (\text{PORQUE } 5 \geq 0)$$

$$\vec{v} \cdot \vec{v} \geq 0 \quad (\text{PORQUÊ? !!})$$

$$\sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}}^2 = \vec{v} \cdot \vec{v}$$

GA 2/mayo/2018

UMA COMBINAÇÃO LINEAR

DE DOIS VETORES \vec{u} E \vec{v}

É UMA SOMA
 $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$,

ONDE $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

POR EXEMPLO,

$$3(2,0) - 4(1,1)$$

É UMA COMBINAÇÃO
LINEAR DE $(2,0)$
E $(1,1)$.

$$\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$$

SUGESTÃO

PAREN TODO E
FAÇAN OS EXERCÍCIOS
DE PROJEÇÕES!

DATAS DAS PROVAS

	2ª	4ª	
MAIO:	28	30	
JUNHO:	4	6	
	11	13	
	20	21	← VOJ ESTAR
	28	29	✓ NUM CONGRESSO
JULHO:	2	4	
	9	11	

SUGESTÃO:

P1: 30/MAIO

P2: ~~25/JUNHO~~ (NÃO DÁ)
2/JULHO

VR: 4/JULHO

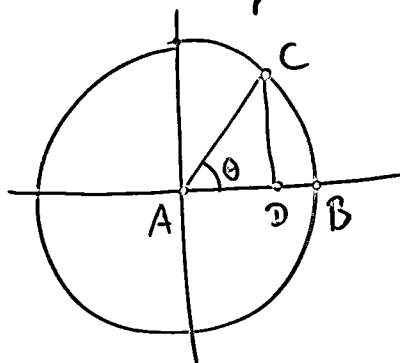
VS: 9/JULHO

GA 7/maio/2018

HOJE: PROJEÇÕES
(TIRAR DÚVIDAS),
INTRODUÇÃO A
COSSENO (QUE VÃO
SER USADOS NUMA
FÓRMULA SOBRE
PROJEÇÃO E NA
"REGRAS DO
COSSENO" DO
PRODUTO INTERNO)

NA AULA DE VEM
VAMOS VER DUAS
FÓRMULAS QUE
SÓ FAZEM SENTIDO
SE SOBERMOS
VISUALIZAR PROJEÇÕES
MUITO BEM...

1ª FÓRMULA, CASO FÁCIL:



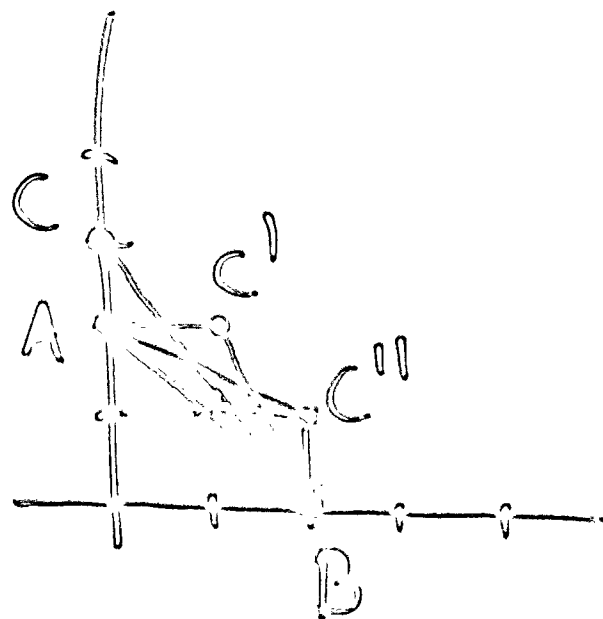
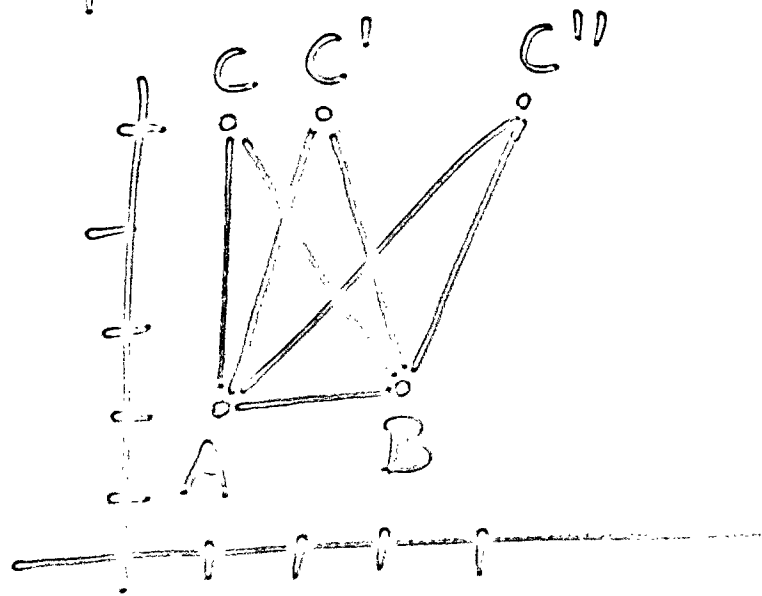
$A = (0,0)$
 $B = (1,0)$
CIRCULO: RAIO 1
 $C = (\cos \theta, \sin \theta)$

$$\frac{\|Pr_{\vec{AB}} \vec{AC}\|}{\|\vec{AC}\|} = \frac{\|\vec{AD}\|}{\|\vec{AC}\|} = \cos \theta$$

GA 9/mayo/2018

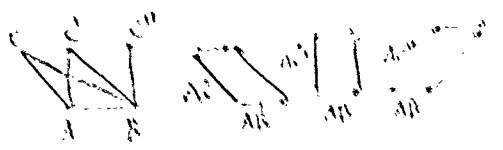
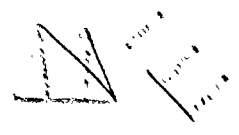
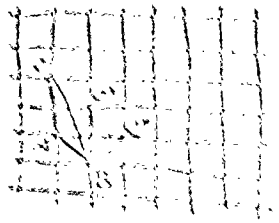
ÁREAS E DETERMINANTES EM \mathbb{R}^2 (p.34)

FIGURAS:



NOTE:
 AREAS E DETERMINANTES
 NAO SAO COPIAS
 PONTOS MAIS PROXIMOS
 E PONTOS SIMILARES
 (AVEZ DIA EM CADA PONTA
 E LEMBRAR OS EXERCICIOS
 NA DATA)

DESENVOLVIMENTO



$$\text{Area}(\vec{c}_1, \vec{c}_2) = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \right| = 3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 2$$

Pontos mais próximos
e pontos similares

Exercícios

1) Sejam $A=(2,3)$,
 $\vec{u}=(3,0)$,
 $r = \{A + t\vec{u} \mid t \in \mathbb{R}\}$,
 $B=(3,0)$.

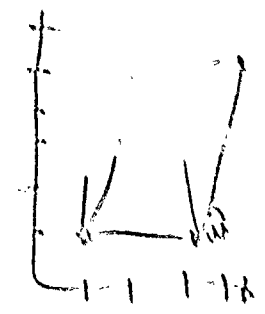
Sejam R o ponto de r
 mais próximo de B
 $\in \mathbb{R}^2 = \mathbb{R}^1 + \mathbb{R}^1$.

Represente graficamente
 $A, \vec{u}, r, B, B', B''$.

2) Sejam A, \vec{u}, r como
 no exercício anterior.

Sejam $C=(3,1)$
 Sejam C' o ponto de r
 mais próximo de C e
 $C'' \in \mathbb{R}^1 + \mathbb{R}^1$.
 Represente graficamente
 C, C', C'' no mesmo do
 exercício anterior.

3) Você usará a mesma
 convenção dos exercícios
 anteriores para as letras
 D, C, \dots - D' é o ponto de
 r mais próximo de D ,
 $D'' \in \mathbb{R}^1 + \mathbb{R}^1$, etc.
 Sejam $D=(3,2)$ e $E=(3,3)$.
 Represente graficamente
 D, D', D'', C, C', C'' no mesmo
 gráfico dos exercícios de 2.



4) Sejam $A=(1,1)$, $\vec{u}=(0,1)$,
 $r = \{A + t\vec{u} \mid t \in \mathbb{R}\}$,
 $B=(1,0)$, $C=(2,2)$, $D=(2,3)$, $E=(3,4)$.
 Represente graficamente nos
 gráficos só (use o do anterior!)
 $A, \vec{u}, r, B, B', B''$,
 C, C', C'' ,
 D, D', D'' ,
 E, E', E'' .

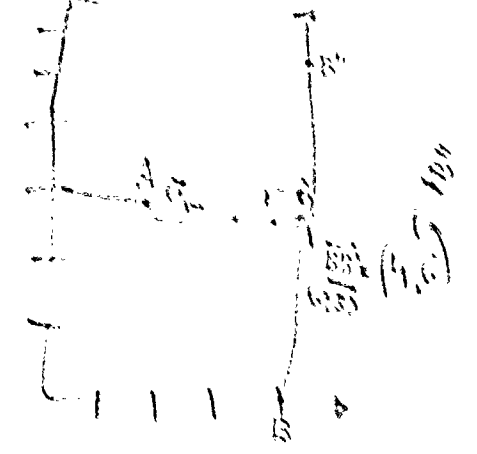
5) Tem, mas agora $A=(0,1)$,
 $\vec{u}=(1,-1)$, $B=(1,1)$, $C=(2,1)$,
 $D=(2,1)$, $E=(1,1)$.

$$r = \{ (1,3) + t \cdot (1,0) \}$$

$$r = \{ (2,3) \}$$

$$r = \{ (3,3) \}$$

$$K = \{ \}$$



GA / maio / 2018

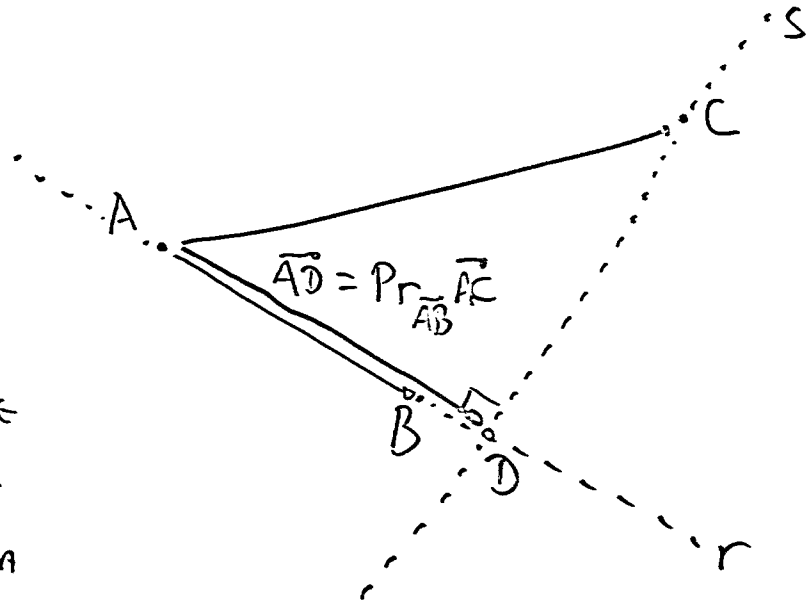
HOJE: p. 36!

PONTO DE r MAIS
PRÓXIMO A UM PONTO
B DADO!

DISTÂNCIA ENTRE
PONTO E RETA!

EXERCÍCIOS SOBRE
COEFICIENTES!

$$\text{Pr}_{\vec{AB}} \vec{AC}$$



TRUQUE NOVO:

SEJA r A RETA QUE
PASSA POR A E B,

SEJA s UMA RETA
ORTOGONAL A r
QUE PASSA POR C.

SEJA DENOS.

$$\text{ENTÃO } \text{Pr}_{\vec{AB}} \vec{AC} = \vec{AD}.$$

GA 29/maio/2018

VOCÊS CONSEGUIRAM FAZER

~~OS~~ "EXERCÍCIOS SOBRE COEFICIENTES"

DO FIM DO P. 36?

ELES TÊM ALGUMAS IDEIAS

BEM IMPORTANTES... FAZAM!

HOJE: FOLHAS 37 e 38.

DICA PRA INTERSEÇÃO DE

CÍRCULO E RETA:

COMECE COM ESTES EXERCÍCIOS

AQUI, EM QUE AS CONTAS

VÃO SER BEM SIMPLES:

$$8) C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25\},$$

$$r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 3\},$$

$$9) C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25\},$$

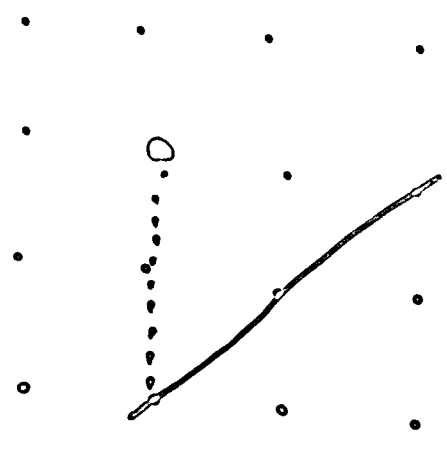
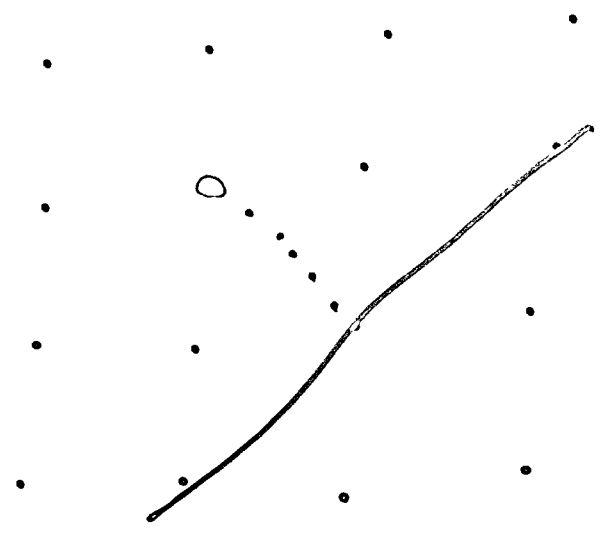
$$r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 5 - 3x\}.$$

GA 4/JUN/2018

HOJE: ÚLTIMA AULA
~~DE~~ MATÉRIA NOVA
PRA P1!

A P1 FOI
TRANSFERIDA
PRA SEGUNDA

11/JUNHO,
MAS NA QUARTA
(6/JUNHO) A
GENTE VAI
COMEÇAR A VER
A MATÉRIA DA
P2!



GA 4/JUN/2012

(NUM DE DUNIDAT)

P1 DE 2017.2:

1a) Prove que

Se $\vec{v} \perp \vec{w}$ ENTÃO

$$\|\vec{v} + \vec{w}\|^2 = \|\vec{v}\|^2 + \|\vec{w}\|^2$$

$$\sqrt{(\vec{v} + \vec{w}) \cdot (\vec{v} + \vec{w})} = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} + \sqrt{\vec{w} \cdot \vec{w}}$$

$$\vec{v}\vec{v} + \vec{v}\vec{w} + \vec{w}\vec{v} + \vec{w}\vec{w}$$

$$\vec{v}\vec{v} + \vec{w}\vec{w}$$

1c) Se $k < 0$ ENTÃO

$\cos(\text{ang}(k\vec{v}, \vec{w})) = -\cos(\text{ang}(\vec{v}, \vec{w}))$ (??)

DICA: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos(\text{ang}(\vec{u}, \vec{v})) \|\vec{u}\| \|\vec{v}\|$.

$\cos(\text{ang}(\vec{u}, \vec{v})) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$ (*)

$$(*) \begin{bmatrix} \vec{u} := (\vec{a}, \vec{b}) \\ \vec{v} := (\vec{c}, \vec{d}) \end{bmatrix} = \left(\cos(\text{ang}((\vec{a}, \vec{b}), (\vec{c}, \vec{d}))) = \frac{(\vec{a}, \vec{b}) \cdot (\vec{c}, \vec{d})}{\|(\vec{a}, \vec{b})\| \|(\vec{c}, \vec{d})\|} \right)$$

$$(*) \begin{bmatrix} \vec{u} := k\vec{v} \\ \vec{v} := \vec{w} \end{bmatrix} = \left(\cos(\text{ang}(k\vec{v}, \vec{w})) = \frac{k\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|k\vec{v}\| \|\vec{w}\|} \right)$$

$$(*) \begin{bmatrix} \vec{u} := \vec{v} \\ \vec{v} := \vec{w} \end{bmatrix} = \left(\cos(\text{ang}(\vec{v}, \vec{w})) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{v}\| \|\vec{w}\|} \right)$$

$$-\cos(\text{ang}(\vec{v}, \vec{w})) = \frac{-\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{v}\| \|\vec{w}\|}$$

$$\cos(\text{ang}(k\vec{v}, \vec{w})) = \frac{k\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|k\vec{v}\| \|\vec{w}\|}$$

$$\stackrel{(*)}{=} \frac{k \cdot (\vec{v} \cdot \vec{w})}{|k| \|\vec{v}\| \|\vec{w}\|}$$

$$\stackrel{(**)}{=} \frac{k(\vec{v} \cdot \vec{w})}{-k \|\vec{v}\| \|\vec{w}\|}$$

$$\stackrel{(***)}{=} \frac{k}{-k} \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{v}\| \|\vec{w}\|}$$

$$\stackrel{(***)}{=} - \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{v}\| \|\vec{w}\|}$$

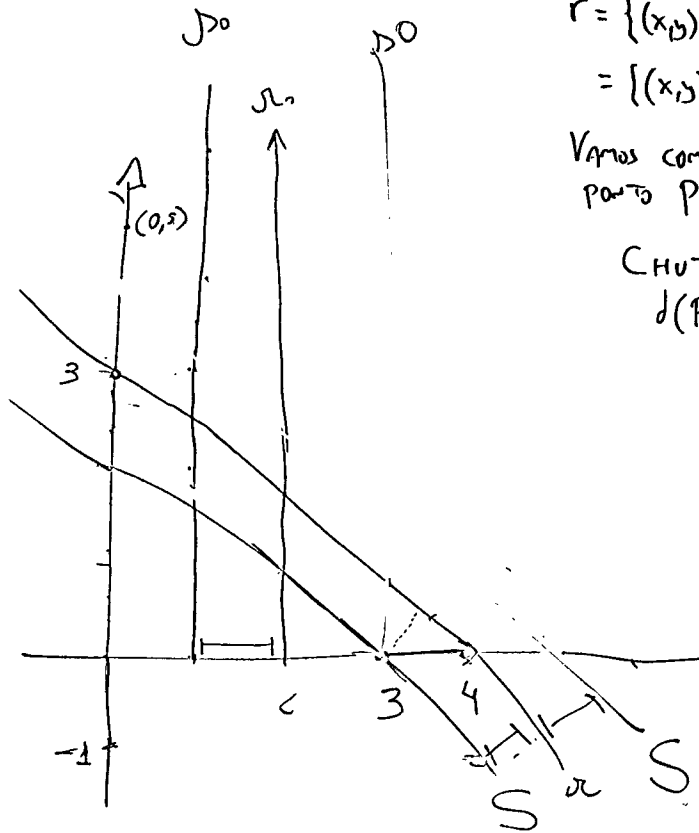
$$\stackrel{(***)}{=} -\cos(\text{ang}(\vec{v}, \vec{w}))$$

Se $k < 0$
ENTÃO $|k| = -k$

GA 4/JUN/2017

(ANA DE DUVIRAF)

P1 DE 2017.2:



$$r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1\}$$

$$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3 - \frac{3}{4}x\}$$

VAMOS COMEÇAR PROCURANDO UM PONTO P TAL QUE $d(P,r) = 1$.

CHUTE: $P = (0, 4)$.

$$d(P,r) = dv(P,r) / \sqrt{1+m^2}$$

$$= 1 / \sqrt{1 + (-\frac{3}{4})^2}$$

$$= 1 / \sqrt{1 + \frac{9}{16}}$$

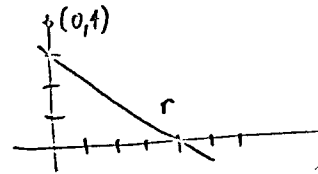
$$= 1 / \sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$= 1 / \frac{5}{4}$$

$$= \frac{4}{5}$$

$d(P,r) = \frac{4}{5} \neq 1$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} - 1 = 0$$



CHUTE $P = (0, 3+h)$

$$d(P,r) = dv(P,r) / \frac{5}{4}$$

$$= |h| / \frac{5}{4}$$

CHUTE: $P = (0, 3 + \frac{5}{4})$

$$d(P,r) = dv(P,r) / \frac{5}{4}$$

$$= \frac{5/4}{5/4}$$

$$= 1$$

SEJA r_1 UMA RETA PARALELA A r QUE PASSA PELO PONTO $(0, 3 + \frac{5}{4})$. ENTÃO A EQUAÇÃO DE r_1 É ...

$$d(P,r) = \frac{\Delta}{\sqrt{1+m^2}} |mCx + b - Cy|$$

$$\Delta = \frac{5}{4} |-\frac{3}{4}Px + 3 - Py|$$

$$-\frac{3}{4}Px + 3 - Py = \frac{5}{4}$$

$$Py = -\frac{3}{4}Px + 3 - \frac{5}{4}$$

$$Py = -\frac{3}{4}Px + \frac{7}{4}$$

$$(0, \frac{7}{4}) = (0, 1,75)$$

GA / JUN / 2018

HOJE: CÔNICAS!

GRANDE TRUQUE:

SE A GENTE SABE COORDENADAS E A GENTE SABE DESENHAR ESSAS FIGURAS AQUI A GENTE SABE CÔNICAS:

$$E_c = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$$

$$P_c = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$$

$$H_c = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1\}$$

↑ ESSAS SÃO A "ELIPSE CANÔNICA", A "PARÁBOLA CANÔNICA" E A "HIPÉRBOLE CANÔNICA".

... AÍ A GENTE VAI USAR COORDENADAS (u,v) PARA DEFINIR "ELIPSES TORTAS", "PARÁBOLAS TORTAS" E "HIPÉRBOLAS TORTAS":

$$E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid u^2 + v^2 = 1\}$$

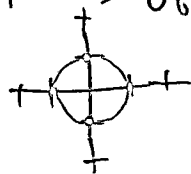
$$P = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid v = u^2\}$$

$$H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid uv = 1\}$$

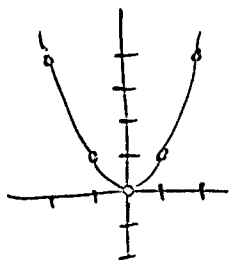
$$H_k = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid uv = k\}$$

PONTO ÓBVIO

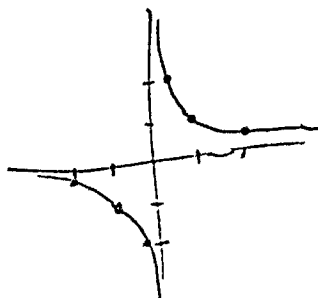
Em E_c (CÍRCULO) OS PONTOS ÓBVIOS SÃO:



Em P_c OS PONTOS ÓBVIOS SÃO ESTES:



Em H_c OS PONTOS ÓBVIOS SÃO:



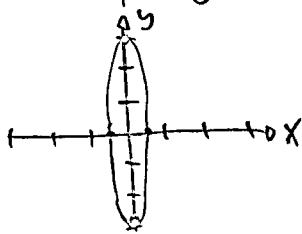
EXEMPLOS:

$$U = 2x,$$

$$V = \frac{y}{3}$$

Em E OS PONTOS ÓBVIOS VÃO SER:

U	V	X	Y
-1	0	$-\frac{1}{2}$	0
1	0	$\frac{1}{2}$	0
0	1	0	3
0	-1	0	-3



COMO É QUE ISSO VIRA UMA EQUAÇÃO DE CÔNICA?

EQUAÇÃO DISSO DAI:

$$\frac{U^2}{2x} + \frac{V^2}{y/3} = 1$$

$$(2x)^2 + (y/3)^2 = 1$$

LEMBRANDO:

UMA EQUAÇÃO DE CÔNICA É UMA EQUAÇÃO DA FORMA:

$$ax^2 + bx + c + dxy + ey + fy^2 = 0$$

EXERCÍCIO:

$$\textcircled{1} U = x + y$$

$$V = x - y$$

REPRESENTE GRAFICAMENTE A "HIPÉRBOLE TORTA"

$$H = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \underbrace{U}_{x+y} \underbrace{V}_{x-y} = 1\} \stackrel{||}{=} \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \underbrace{x^2 - y^2}_{x^2 - y^2 - 1} = 0\}$$

PONTOS ÓBVIOS:

U	V	X	Y
1	1	1	0
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$
-1	-1	-1	0
-2	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$