GOOGLEM POR "EDUARDO OCHS" E EM QUALQUER SUBPÁGINA DO angg.twu.net CLIQUEM E "GA" NA BARRA DE NAVEGAÇÃO...

② IMPRIMAM UMA CÓPIA DO MATERIAL NA PAPELARIA AQUI DEFRONTE NA PROMOÇÃO TERÇA MALUCA!

AVISO: O CURSO COMPLEMENTA OS LIVROS (VEJAM A PÁGINA DO CURSO).

PRA GENTE AS OPERAÇÕES =, <, ≤, >, ≥, ETC, SÃO OPERAÇÕES QUE RETORNAM V OU F.

$$\underbrace{\underbrace{2\cdot 3}_{6}+\underbrace{4\cdot 5}_{20}}_{26}$$

$$\underbrace{\underbrace{2\cdot\underbrace{3+4}_{7}}_{14}\cdot 5}_{70}$$

$$\underbrace{1<3}_{V} \qquad \underbrace{4<3}_{F} \qquad \underbrace{3+V}_{\text{ERRO}}$$

a	$a>2$
0	F
1	F
2	F
3	V
4	V

GA 14/MAR/2018

Hoje: Retas!

(Página 10 do material)

Depois que vocês descobrirem os truques vocês vão ser capazes de fazer outros exercícios parecidos em segundos — mas tentem descobrir os truques vocês mesmos! :)

OBS: $\{0,1,2,3,4,5\}^2 = \{0,1,4,9,16,25\}$???

NÃO!!! DICA: ISTO ESTÁ EXPLICADO NO INÍCIO DA P.P!

NÃO SEJAM COMO AS PESSOAS DO SEMESTRE PASSADO QUE ATÉ HOJE TÊM CERTEZA DE QUE $\{0,1,2,3,4,5\}^2 = \{0,1,4,9,16,25\}$!

OBRIGADO! :)

GA 21/MAR/2018

Vamos continuar os exercícios da aula passada...

Dica: o produto

$$\overrightarrow{(a,b)} \cdot \overrightarrow{(c,d)} = ac + bd$$

vai servir pra várias coisas diferentes que vamos entender aos poucos...

Exercícios (preparação pros últimos exercícios de retas da folha 13):

1) Encontre soluções de $\overrightarrow{(x,y)} \cdot \overrightarrow{(2,3)} = 4$

Para:

a) $x = 1$
b) $x = 10$
c) $y = 5$

2) Encontre 5 soluções diferentes para $\overrightarrow{(x,y)} \cdot \overrightarrow{(1,2)} = 0$.

Chame-as de $\vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, \vec{V_4}, \vec{V_5}$.

Desenhe no mesmo gráfico os vetores $\overrightarrow{(1,2)}, \vec{V_1}, \vec{V_2}, \vec{V_3}, \vec{V_4}, \vec{V_5}$ apoiando todos no ponto $(0,0)$.

Sejam:

$\vec{U_1} = \overrightarrow{(4,5)}$,

$\vec{U_2} = \overrightarrow{(6,7)}$

$\vec{U_1} + \vec{U_2} = \overrightarrow{(10,12)}$

$(\vec{U_1})_1 = 4$

$(\vec{U_1})_2 = 5$

GA 26/março/2018

AVISO: EU NÃO TIVE TEMPO DE REESCREVER AS FOLHAS 17, 18 E 20 DO MATERIAL PRA EXERCÍCIOS... HOJE VAMOS TRABALHAR EM CIMA DA VERSÃO VELHA (ATUAL !!) DELAS, E EU VOU MODIFICAR O PDF DEPOIS...

A FOLHA 17 É SOBRE ALGUNS PROBLEMAS QUE EM CASOS SIMPLES A GENTE CONSEGUE RESOLVER NO OLHO, E EM CASOS COMPLICADOS A GENTE VAI TER QUE RESOLVER POR SISTEMAS.

NÃO ESQUEÇAM:

SEMPRE TESTEM AS SOLUÇÕES DE VOCÊS!!!

DEPOIS DA FOLHA 17 A GENTE VAI PULAR PRA 20.

DICAS:

① $\left((a,b)_\Sigma = O + a\vec{u} + b\vec{v}\right)\begin{bmatrix} O := (3,1) \\ \vec{u} := (2,1) \\ \vec{v} := (-1,1) \end{bmatrix} = ?$

② $\left((a,b)_\Sigma = O + a\vec{u} + b\vec{v}\right)\begin{bmatrix} a := 3 \\ b := 4 \end{bmatrix} = ?$

③ REPRESENTE GRAFICAMENTE

$(0,2)_\Sigma$, $(1,2)_\Sigma$, $(2,2)_\Sigma$,
$(0,1)_\Sigma$, $(1,1)_\Sigma$, $(2,1)_\Sigma$,
$(0,0)_\Sigma$, $(1,0)_\Sigma$, $(2,0)_\Sigma$

NUM GRÁFICO SÓ E ESCREVA O NOME DE CADA PONTO — POR EXEMPLO, $(2,1)_\Sigma$ — DO LADO DELE.

SE ALGUÉM TIVER DÚVIDAS NA P.12 VENHA FALAR COMIGO URGENTE! !!

VOU MUDAR A ORDEM DAS FOLHAS NO MATERIAL PARA EXERCÍCIOS...

TÍTULO	PÁGINA HOJE	PÁGINA DEPOIS DA REORGANIZAÇÃO
INTERSEÇÕES DE RETAS PARAMETRIZADAS	17	14
SISTEMAS DE COORDENADAS	20	15
VISUALIZANDO F(x,y)	18	17

$\boxed{\text{GA 2/ABRIL/2018}}$

NOTE QUE SE

$$O = (2,3),$$
$$\vec{u} = \overrightarrow{(4,5)},$$
$$\vec{v} = \overrightarrow{(6,7)},$$
$$(a,b)_\Sigma = O + a\vec{u} + b\vec{v}$$

ENTÃO

$$\begin{aligned}(a,b)_\Sigma &= (2,3) + a\overrightarrow{(4,5)} + b\overrightarrow{(6,7)}\\ &= (2,3) + \overrightarrow{(4a,5a)} + \overrightarrow{(6b+7b)}\\ &= (2+4a+6b,\ 3+5a+7b),\end{aligned}$$

E SE

$$(a,b)_\Sigma = (x,y)$$

ENTÃO

$$(x,y) = (2+4a+6b,\ 3+5a+7b),$$

$$\left.\begin{aligned} x &= 2+4a+6b,\\ y &= 3+5a+7b \end{aligned}\right\} (\star\star\star)$$

ALGUNS DOS PROBLEMAS DAS PÁGINAS 17 E 18 PEDEM PRA VOCÊS OBTEREM EQUAÇÕES DA FORMA

$$a = \_ + \_x + \_y$$
$$b = \_ + \_x + \_y$$

A PARTIR DAS EQUAÇÕES $(\star\star\star)$.

GA /ABRIL/2018

HOJE VAMOS DAR UMA PAUSA NA MATÉRIA DE ~~VETORES~~ VETORES E COORDENADAS E VER COMO "ENTENDER" FUNÇÕES DE DUAS VARIÁVEIS...

SLOGAN:

"WHEN IN DOUBT
USE BRUTE FORCE"

(QUANDO VOCÊ ESTIVER EM DÚVIDA USE FORÇA BRUTA")

ESSE SLOGAN É DE UM DOS PAIS DA TEORIA DA COMPUTAÇÃO - O QUE ELE QUIS DIZER É: QUANDO VOCÊ NÃO SOUBER RESOLVER UMA EQUAÇÃO CALCULE MILHARES DE VALORES.

AVISO: ATÉ AGORA A GENTE SÓ VIU RETAS MAS A 2ª PARTE DO CURSO VAI INCLUIR FIGURAS MAIS COMPLICADAS COMO ELIPSES, PARÁBOLAS, HIPÉRBOLES...

GA 11/ABRIL/2018

HOJE: VÁRIOS ASSUNTOS, MAS O MAIS IMPORTANTE É DEMONSTRAÇÕES.

SE VOCÊS APRENDEREM A FAZER DEMONSTRAÇÕES VOCÊS VÃO APRENDER A FAZER CONTAS COM PONTOS, VETORES, ETC, RÁPIDO E BEM. !!!!!!.

HOJE: COMECEM PELA P.23.

A PARTE SOBRE DEMONSTRAÇÕES COMEÇA NA P.24.

DICA: TENTEM FAZER OS EXERCÍCIOS DAS FOLHAS 24 A 27 EM CASA!

TRADICIONALMENTE EM MATÉRIAS DE FACULDADE A GENTE EXPÕE ESSE CONTEÚDO EM 15 MINUTOS E DIZ "ISSO VOCÊS DEVERIAM TER APRENDIDO NO ENSINO MÉDIO — VIREM-SE" E OS ALUNOS OU GASTAM MILHARES DE HORAS APRENDENDO ISSO EM CASA SOZINHOS OU SE FERRAM.

GA 15/[illegible]/2010

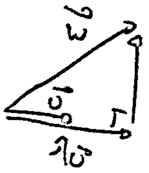
~~Hoje:~~ Demonstrações!

Façam os exercícios das folhas 24 a 27 e eu vou tirar as dúvidas de vocês! :)

O objetivo das folhas 24 a 27 é vocês aprenderem a fazer contas com pontos e vetores do "jeito curto"... Quem tiver curiosidade sobre o que é o "jeito curto" pode olhar os problemas da p.28 (que é nova e eu não imprimi), e a gente vai aprender a lidar com coisas como isso aqui:

Se $\vec{w} = \lambda\vec{u} + \vec{v}$ com $\vec{u} \perp \vec{v}$

Então $\lambda = \frac{\vec{u} \cdot \vec{w}}{\vec{u} \cdot \vec{u}}$.



As dicas da p.26 são **muito** importantes!

Vejam o exemplo no meio da p.25 – ele é um exemplo de uma demonstração que um leitor burro entende e aceita.

Obs: o exercício 5 da p.25 é muito importante. Tentem fazê-lo!

[illegible]

Hoje:
Mais sobre demonstrações!
Discussão das dúvidas das páginas 27 e 28!
Exemplos!

P.2, exercício (1)
V/F/Justifique...

Queremos ver se esta proposição é sempre verdadeira:

$(AM)\begin{bmatrix} A:=\overrightarrow{(a,b)} \\ B:=\overrightarrow{(c,d)} \\ C:=\overrightarrow{(e,f)} \end{bmatrix}$

Repare que esta proposição é

$$((A\cdot B)\cdot C = A\cdot(B\cdot C))\begin{bmatrix} A:=\overrightarrow{(a,b)} \\ B:=\overrightarrow{(c,d)} \\ C:=\overrightarrow{(e,f)} \end{bmatrix},$$

Que é:

$$(\overrightarrow{(a,b)}\cdot\overrightarrow{(c,d)})\cdot\overrightarrow{(e,f)} = \overrightarrow{(a,b)}\cdot(\overrightarrow{(c,d)}\cdot\overrightarrow{(e,f)}) \qquad (\star)$$

Calculando o lado esquerdo de $(\star)$, temos:

$$(\overrightarrow{(a,b)}\cdot\overrightarrow{(c,d)})\cdot\overrightarrow{(e,f)} = (ac+bd)\cdot\overrightarrow{(e,f)} = \overrightarrow{((ac+bd)e,\ (ac+bd)f)},$$

Que dá um vetor.

E calculando o lado direito de $(\star)$, temos:

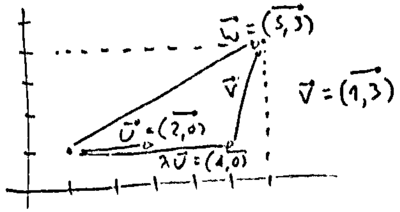
$$\overrightarrow{(a,b)}\cdot(\overrightarrow{(c,d)}\cdot\overrightarrow{(e,f)}) = \overrightarrow{(a,b)}\cdot\underbrace{(ce+df)}_{\text{número!}} = \text{ERRO}$$

Portanto a igualdade $(\star)$ é falsa — o lado esquerdo dela dá um vetor e o lado direito dá erro.

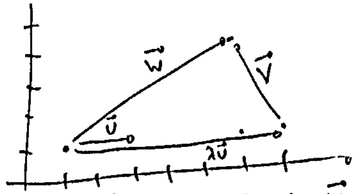
"Pr"

Digamos que $\vec{u}=\overrightarrow{(2,0)}$,
$\vec{w}=\overrightarrow{(5,3)}$,
e $\lambda\vec{u}+\vec{v}=\vec{w}$.

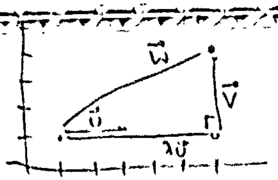
Figuras:
Se $\lambda=2$,



Se $\lambda=3$,



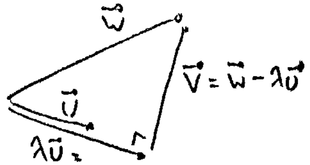
Se além disso temos $\vec{u}\perp\vec{v}$ (e portanto $\lambda\vec{u}\perp\vec{v}$) então neste caso teremos $\lambda=2.5$...



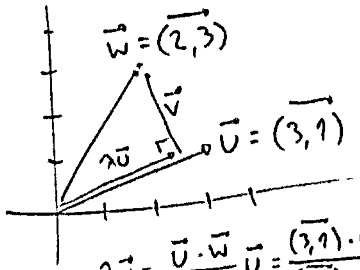
Vamos agora pra um caso mais geral.
Digamos que $\vec{u},\vec{w}$ são vetores, que $\lambda\in\mathbb{R}$,
e que $\lambda\vec{u}+\vec{v}=\vec{w}$
e que $\vec{u}\perp\vec{v}$.

Então:
$\vec{v}=\vec{w}-\lambda\vec{u}$,
$\vec{u}\perp\vec{w}-\lambda\vec{u}$,
$\vec{u}\cdot(\vec{w}-\lambda\vec{u})=0$,
$\vec{u}\cdot\vec{w}-\vec{u}\cdot\lambda\vec{u}=0$,
$\vec{u}\cdot\vec{w}-\lambda(\vec{u}\cdot\vec{u})=0$
$\vec{u}\cdot\vec{w}=\lambda(\vec{u}\cdot\vec{u})$
$\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}=\lambda$.

Figura (geral):



$\lambda\vec{u} = \dfrac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}\vec{u} = Pr_{\vec{u}}\vec{w}$



$$\underbrace{\lambda\vec{u}}_{Pr_{\vec{u}}\vec{w}} = \frac{\vec{u}\cdot\vec{w}}{\vec{u}\cdot\vec{u}}\vec{u} = \frac{\overrightarrow{(3,1)}\cdot\overrightarrow{(2,3)}}{\overrightarrow{(3,1)}\cdot\overrightarrow{(3,1)}}\cdot\overrightarrow{(3,1)} = \frac{9}{10}\overrightarrow{(3,1)} = \overrightarrow{(2.7,\ 0.9)}$$

$$Pr_{\vec{u}}\vec{w} = \frac{\cancel{\vec{u}}\cdot\vec{w}}{\cancel{\vec{u}}\cdot\vec{u}}\vec{u} = \frac{\vec{w}}{\cancel{\vec{u}}}\cdot\cancel{\vec{u}} = \vec{w} \quad !!$$

$$Pr_{\vec{u}}\vec{w} = \frac{(\vec{u}\cdot\vec{w})\cdot\vec{u}}{\vec{u}\cdot\vec{u}} \overset{\text{NÃO!}}{=} \frac{(\vec{u}\cdot\vec{u})\cdot\vec{w}}{\vec{u}\cdot\vec{u}} = \frac{\cancel{\vec{u}\cdot\vec{u}}}{\cancel{\vec{u}\cdot\vec{u}}}\cdot\vec{w} = \vec{w} \quad !!$$

GA 25/ABRIL/2018

SUGESTÃO:

- LEIAM A FOLHA COM A DEMONSTRAÇÃO COMENTADA
- FAÇAM UM POUCO DOS EXERCÍCIOS DE DEMONSTRAÇÃO
- COMECEM A PARTE DE PROJEÇÕES

DICA IMPORTANTÍSSIMA

A VERSÃO NOVA DA P.26 FALA SOBRE USAR AS PROPRIEDADES "EM FORMA CURTA" DAS OPERAÇÕES SOBRE PONTOS E VETORES, QUE VOCÊ DEVE TER DEMONSTRADO NOS EXERCÍCIOS DA P.27...

FAÇA OS EXERCÍCIOS DA P.27 E APRENDA A USAR ESSAS "PROPRIEDADES EM FORMA CURTA", SEM "ABRIR OS VETORES"!

TEM ALGUMAS OPERAÇÕES — COMO MÓDULO E RAIZ QUADRADA — CUJAS PROPRIEDADES A GENTE NÃO VAI DISCUTIR EM DETALHES... A GENTE VAI FINGIR QUE ISSO É MATÉRIA DE CÁLCULO 1, E VOCÊ VAI TER QUE DESCOBRIR QUE REGRAS VALEM E USÁ-LAS DE ACORDO COM AS DICAS DA P.26.

ALGUMAS PROPRIEDADES DE RAÍZES QUADRADAS E MÓDULOS SÓ VALEM SE OS ARGUMENTOS SÃO MAIORES OU IGUAIS A ZERO. EXEMPLO:

$-3 \neq \sqrt{(-3)^2}$

$5 = \sqrt{5^2}$ (PORQUE $5 \geq 0$)

$\vec{v}\cdot\vec{v} \geq 0$ (PORQUÊ?)

$\sqrt{\vec{v}\cdot\vec{v}}^{\,2} = \vec{v}\cdot\vec{v}$

GA 2/MAIO/2018

UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE DOIS VETORES $\vec{u}$ E $\vec{v}$ É UMA SOMA

$$\alpha\vec{u} + \beta\vec{v},$$

ONDE $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

POR EXEMPLO,

$$3\overrightarrow{(2,0)} - 4\overrightarrow{(1,1)}$$

É UMA COMBINAÇÃO LINEAR DE $\overrightarrow{(2,0)}$ E $\overrightarrow{(1,1)}$.

$$\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$$

SUGESTÃO

PAREM TUDO E FAÇAM OS EXERCÍCIOS DE PROJEÇÕES!

DATAS DAS PROVAS

	2ª	4ª
MAIO:	28	30
JUNHO:	4	6
	11	13
	~~18~~	~~20~~
	~~25~~	~~27~~
JULHO:	2	4
	9	11

← VOU ESTAR NUM CONGRESSO

SUGESTÃO:

P1: 30/MAIO

P2: ~~25/JUNHO~~ (NÃO DÁ)
2/JULHO

VR: 4/JULHO

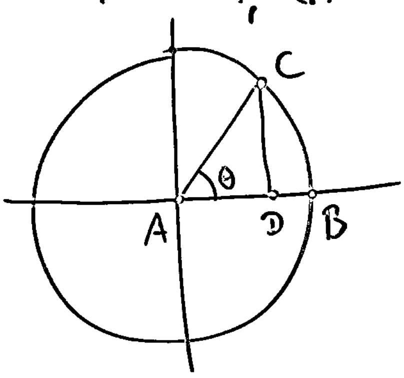
VS: 9/JULHO

GA 7/maio/2018

HOJE: PROJEÇÕES (TIRAR DÚVIDAS), INTRODUÇÃO A COSSENOS (QUE VÃO SER USADOS NUMA FÓRMULA SOBRE PROJEÇÃO E NA "REGRA DO COSSENO" DO PRODUTO INTERNO)

NA AULA QUE VEM VAMOS VER DUAS FÓRMULAS QUE SÓ FAZEM SENTIDO SE SOUBERMOS VISUALIZAR PROJEÇÕES MUITO BEM...

1ª FÓRMULA, CASO FÁCIL:



$A = (0,0)$

$B = (1,0)$

CIRCULO: RAIO 1

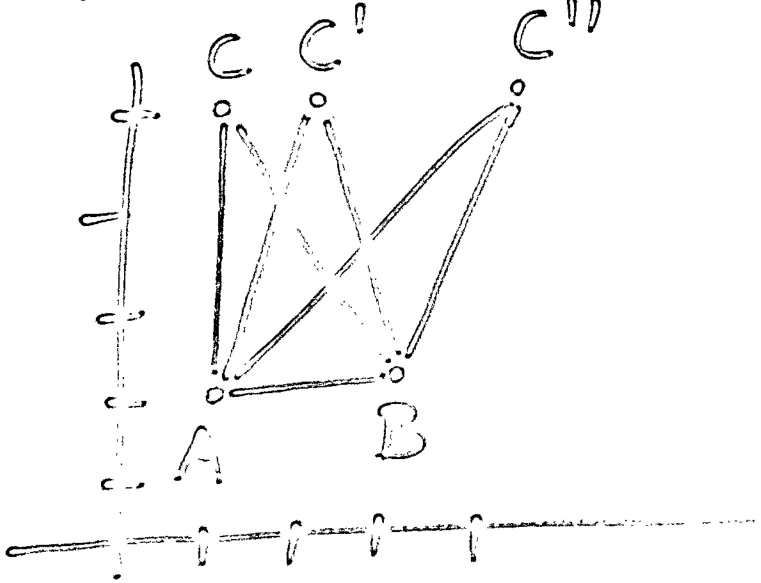
$C = (\cos\theta, \operatorname{sen}\theta)$

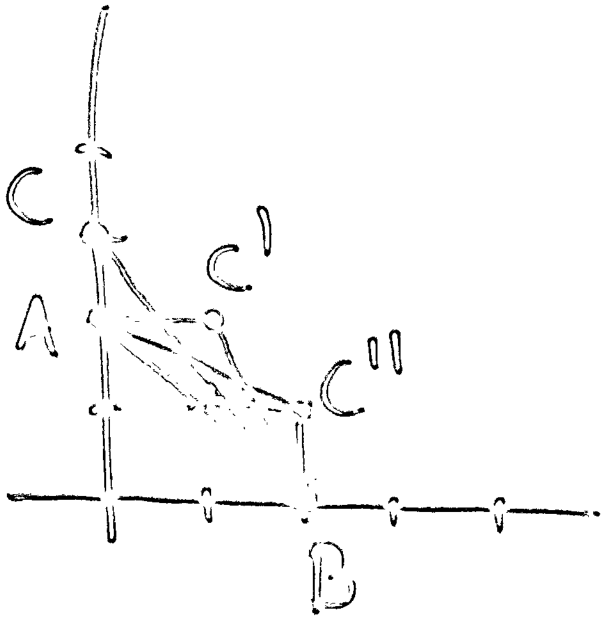
$$\frac{\|Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AC}\|}{\|\overrightarrow{AC}\|} = \frac{\|\overrightarrow{AD}\|}{\|\overrightarrow{AC}\|} = \cos\theta$$

GA 9/MAIO/2018

ÁREAS E DETERMINANTES EM $\mathbb{R}^2$ (P. 34)

FIGURAS:

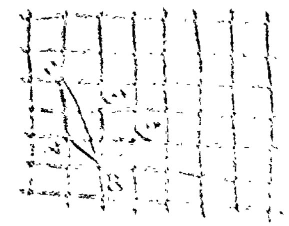


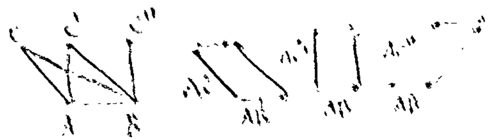


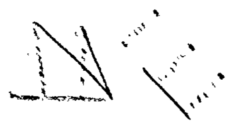
[DA ... /2018]

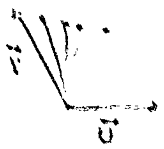
Hoje:
Áreas e determinantes até 15:15; depois
pontos mais próximos
e pontos simétricos
(que ainda não preparei
e vou pôr os exercícios
no site)

Deslizamentos









área$((\overline{3,1}),(\overline{1,2}))$ =
det$((\overline{3,1}),(\overline{1,2}))$ =
$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3\cdot 2 - 1\cdot 1 = ...$

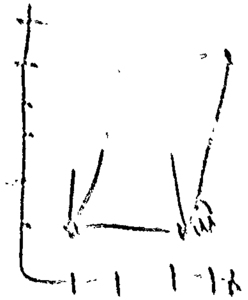
Pontos mais próximos e pontos simétricos

Exercícios

1) Sejam $A=(2,3)$,
$\vec{u}=(\overline{1,0})$,
$r=\{A+t\vec{u} \mid t\in\mathbb{R}\}$,
$B=(4,0)$.
Seja B' o ponto de r mais próximo de B
e $B''=B'+\overrightarrow{BB'}$.
Represente graficamente
$A, \vec{u}, r, B, B', B''$.

2) Sejam $A, \vec{u}, r$ como no exercício anterior.
Seja $C=(5,1)$.
Seja C' o ponto de r mais próximo de C e
$C''=C'+\overrightarrow{CC'}$.
Represente graficamente C, C', C'' no gráfico do exercício anterior.

3) Vamos usar a mesma convenção dos exercícios anteriores para as letras $D, E, \ldots$ — D' é o ponto de r mais próximo de D, $D''=D'+\overrightarrow{DD'}$, etc.
Sejam $D=(4,2)$ e $E=(3,3)$.
Represente graficamente D, D', D'', E, E', E'' no mesmo gráfico dos exercícios 1 e 2.



4) Sejam $A=(1,1)$, $\vec{u}=(\overline{0,1})$,
$r=\{A+t\vec{u} \mid t\in\mathbb{R}\}$,
$B=(1,0)$, $C=(2,2)$, $D=(4,3)$, $E=(5,4)$.
Represente graficamente num gráfico só (separado do anterior!)
$A, \vec{u}, r, B, B', B''$,
C, C', C'',
D, D', D'',
E, E', E''.

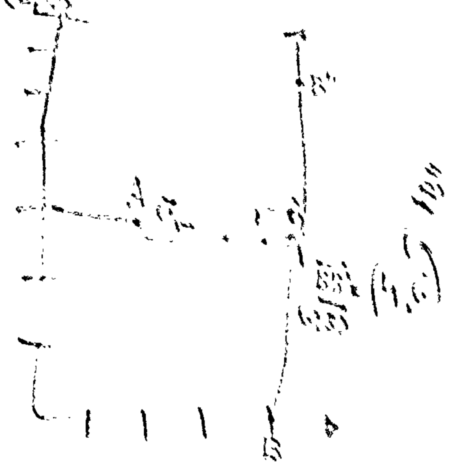
5) Idem, mas agora $A=(0,4)$,
$\vec{u}=(\overline{1,-1})$, $B=(1,4)$, $C=(2,4)$,
$D=(2,1)$, $E=(1,1)$.

$r=(1,3)+t(\overline{1,0})$

$r\ni(2,3)$

$r\ni(3,3)$

$B'=($



$\boxed{\text{GA} \quad \text{Maio}/2018}$

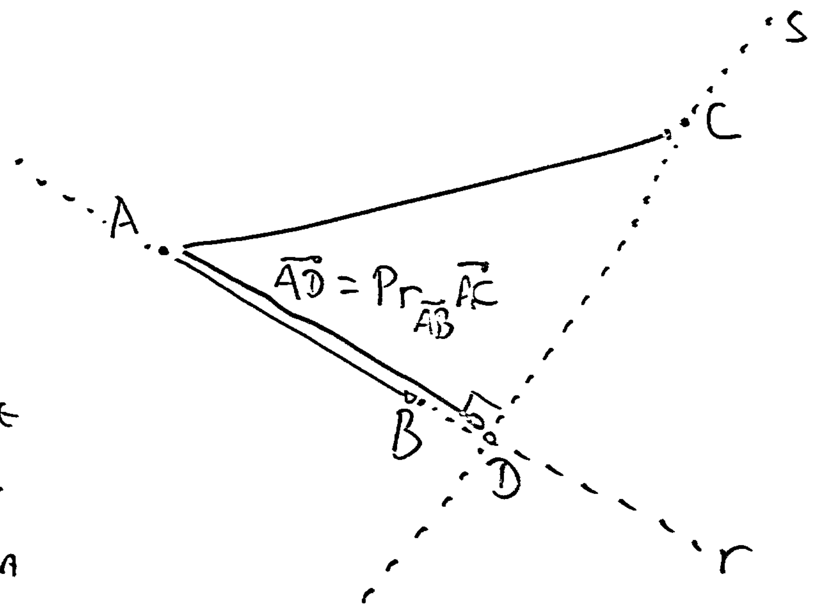
Hoje: p. 36!

Ponto de r mais próximo a um ponto B dado!

Distância entre ponto e reta!

Exercícios sobre coeficientes!

$$Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AC}$$



TRUQUE NOVO:

Seja r a reta que passa por A e B,

Seja s uma reta ortogonal a r que passa por C.

Seja D ∈ r ∩ s.

Então $Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$.

GA: 29/MAIO/2018

VOCÊS CONSEGUIRAM FAZER ~~OS~~ "EXERCÍCIOS SOBRE COEFICIENTES" DO FIM DA P.36?

ELES TÊM ALGUMAS IDÉIAS BEM IMPORTANTES... FAÇAM!

HOJE: FOLHAS 37 E 38.

DICA PRA INTERSEÇÃO DE CÍRCULO E RETA:

COMECE COM ESTES EXERCÍCIOS AQUI, EM QUE AS CONTAS VÃO SER BEM SIMPLES:

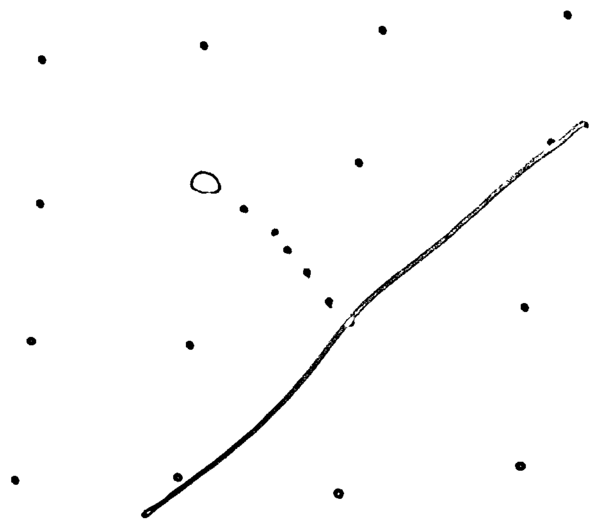
8) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25\}$,
$r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 3\}$,

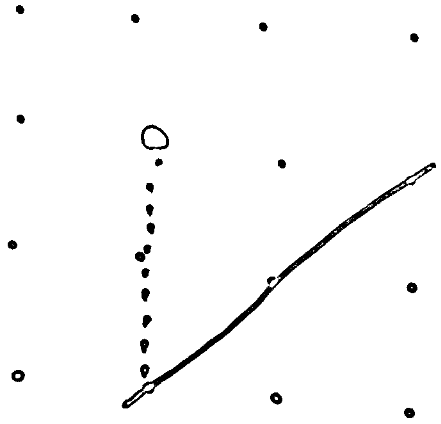
9) $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25\}$,
$r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 5 - 3x\}$.

GA 4/jun/2018

Hoje: última aula ~~com~~ matéria nova pra P1!

A P1 foi transferida pra segunda 11/junho, mas na quarta (6/junho) a gente vai começar a ver a matéria da P2!





$\boxed{\text{GA 4/JUN/2017}}$

(AULA DE DÚVIDAS)

P1 DE 2017.2:

(1a) PROVE QUE

SE $\vec{V} \perp \vec{W}$ ENTÃO

$\|\vec{V}+\vec{W}\|^2 = \|\vec{V}\|^2 + \|W\|^2$

$\sqrt{(\vec{V}+\vec{W})\cdot(\vec{V}+\vec{W})}^{\,2} = \sqrt{\vec{V}\cdot\vec{V}}^{\,2} + \sqrt{\vec{W}\cdot\vec{W}}^{\,2}$

$\vec{V}\vec{V} + \vec{W}\vec{W}$

$\vec{V}\vec{V} + \cancel{\vec{V}\vec{W}}^{0} + \cancel{\vec{W}\vec{V}}^{0} + \vec{W}\vec{W}$

$\vec{V}\vec{V} + \vec{W}\vec{W}$

(1c) SE $K<0$ ENTÃO

$\underbrace{\cos(\text{ang}(K\vec{V},\vec{W}))}_{\mathrm{I}} = -\underbrace{\cos(\text{ang}(\vec{V},\vec{W}))}_{\mathrm{II}}$. (??)

DICA: $\vec{U}\cdot\vec{V} = \cos(\text{ang}(\vec{U},\vec{V}))\,\|\vec{U}\|\,\|\vec{V}\|$.

$\cos(\text{ang}(\vec{U},\vec{V})) = \dfrac{\vec{U}\cdot\vec{V}}{\|\vec{U}\|\|\vec{V}\|}$ (☆)

(☆) $\begin{bmatrix}\vec{U} := \overrightarrow{(a,b)} \\ \vec{V} := \overrightarrow{(c,d)}\end{bmatrix} = \left(\cos(\text{ang}(\overrightarrow{(a,b)},\overrightarrow{(c,d)})) = \dfrac{\overrightarrow{(a,b)}\cdot\overrightarrow{(c,d)}}{\|\overrightarrow{(a,b)}\|\cdot\|\overrightarrow{(c,d)}\|}\right)$

(☆) $\begin{bmatrix}\vec{U} := K\vec{V} \\ \vec{V} := \vec{W}\end{bmatrix} = \left(\cos(\text{ang}(K\vec{V},\vec{W})) = \dfrac{K\vec{V}\cdot\vec{W}}{\|K\vec{V}\|\cdot\|\vec{W}\|}\right)$

(☆) $\begin{bmatrix}\vec{U} := \vec{V} \\ \vec{V} := \vec{W}\end{bmatrix} = \left(\cos(\text{ang}(\vec{V},\vec{W})) = \dfrac{\vec{V}\cdot\vec{W}}{\|\vec{V}\|\cdot\|\vec{W}\|}\right)$

$-\cos(\text{ang}(\vec{V},\vec{W})) \overset{(OK)}{=} -\dfrac{\vec{V}\cdot\vec{W}}{\|\vec{V}\|\cdot\|\vec{W}\|}$

$$\begin{aligned}
\cos(\text{ang}(K\vec{V},\vec{W})) &\overset{(OK)}{=} \frac{K\vec{V}\cdot\vec{W}}{\|K\vec{V}\|\cdot\vec{W}} \\
&\overset{(OK)}{=} \frac{K\cdot(\vec{V}\cdot\vec{W})}{|K|\,\|\vec{V}\|\cdot\|\vec{W}\|} \\
&\overset{(OK)}{=} \frac{K(\vec{V}\cdot\vec{W})}{-K\,\|\vec{V}\|\,\|\vec{W}\|} \\
&\overset{OK}{=} \frac{K}{-K}\cdot\frac{\vec{V}\cdot\vec{W}}{\|\vec{V}\|\|\vec{W}\|} \\
&\overset{OK}{=} -\frac{\vec{V}\cdot\vec{W}}{\|\vec{V}\|\|\vec{W}\|} \\
&\overset{OK}{=} -\cos(\text{ang}(\vec{V},\vec{W}))
\end{aligned}$$

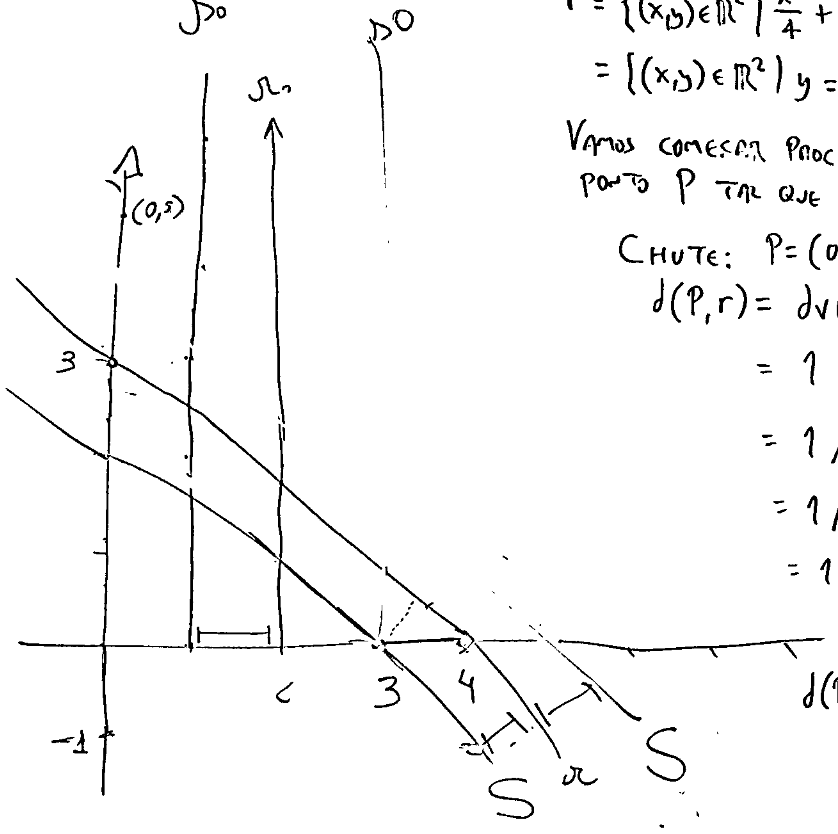
SE $K<0$

ENTÃO $|K| = -K$

$\boxed{\text{GA 4/JUN/2017}}$

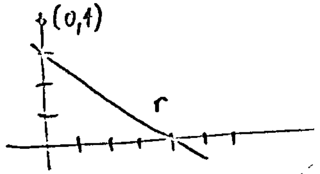
(AULA DE DÚVIDAS)

P1 DE 2017.2:



$r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1\}$

$= \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 3 - \frac{3}{4}x\}$



VAMOS COMEÇAR PROCURANDO UM PONTO P TAL QUE $d(P,r)=1$.

CHUTE: $P=(0,4)$.

$$d(P,r) = dv(P,r)/\sqrt{1+m^2}$$
$$= 1/\sqrt{1+(-\tfrac{3}{4})^2}$$
$$= 1/\sqrt{1+\tfrac{9}{16}}$$
$$= 1/\sqrt{\tfrac{25}{16}}$$
$$= 1/\tfrac{5}{4}$$
$$= \tfrac{4}{5}$$
$$d(P,r) = \tfrac{4}{5} \neq 1$$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} - 1 = 0$$

CHUTE $P=(0,3+h)$

$$d(P,r) = dv(P,r)/\tfrac{5}{4} = |h|/\tfrac{5}{4}$$

CHUTE: $P=(0,3+\frac{5}{4})$

$$d(P,r) = dv(P,r)/\tfrac{5}{4} = \tfrac{5}{4}/\tfrac{5}{4} = 1$$

SEJA r_1 UMA RETA PARALELA A r QUE PASSA PELO PONTO $(0,3+\frac{5}{4})$. ENTÃO A EQUAÇÃO DE r_1 É ... .

$$\boxed{d(P,r) = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} |mCx + b - Cy|}$$

$$1 = \frac{1}{\frac{5}{4}} \left| -\tfrac{3}{4} \cdot P_x + 3 - P_y \right|$$

$$-\tfrac{3}{4} \cdot P_x + 3 - P_y = \tfrac{5}{4}$$

$$P_y = -\tfrac{3}{4} P_x + 3 - \tfrac{5}{4}$$

$$P_y = -\tfrac{3}{4} P_x + \tfrac{7}{4}$$

$$(0, \tfrac{7}{4}) = (0,\ 1{,}75)$$

GA /JUN/2018

Hoje: Cônicas!

Grande truque:
Se a gente sabe coordenadas e a gente sabe desenhar essas figuras aqui a gente sabe cônicas:

$E_C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2=1\}$

$P_C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=x^2\}$

$H_C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid xy=1\}$

⇧ Essa são a "elipse canônica", a "parábola canônica" e a "hipérbole canônica".

...Aí a gente vai usar coordenadas (u,v) para definir "elipses tortas", "parábolas tortas" e "hipérboles tortas":

$E=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid u^2+v^2=1\}$

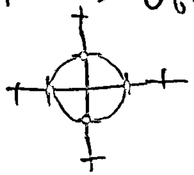
$P=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid v=u^2\}$

$H=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid uv=1\}$

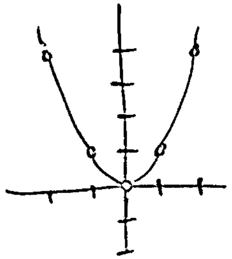
$H_k=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid uv=k\}$

Ponto óbvios

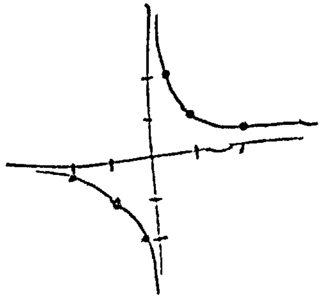
Em E_c (círculo) os pontos óbvios são:



Em P_c os pontos óbvios são estes:



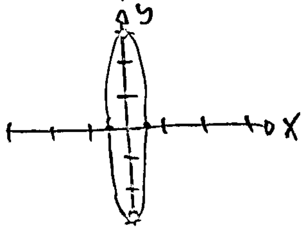
Em H_c os pontos óbvios são:



Exemplos:
$u=2x$,
$v=\frac{y}{3}$

Em E os pontos óbvios vão ser:

u	v	x	y
-1	0	$-\frac{1}{2}$	0
1	0	$\frac{1}{2}$	0
0	1	0	3
0	-1	0	-3



Como é que isso vira uma equação de cônica?
Equação disso daí:

$\underbrace{u}_{2x}{}^2+\underbrace{v}_{y/3}{}^2=1$

$(2x)^2+(y/3)^2=1$

Lembrando:
uma equação de cônica é uma equação da forma:

$ax^2+bx+c+dxy+ey+fy^2=0$

Exercício:

(1) $u=x+y$
$v=x-y$

Represente graficamente a "hipérbole torta"

$H=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid \underbrace{u}_{x+y}\underbrace{v}_{x-y}=1\} \overset{?}{=} \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid \overbrace{\overbrace{(x+y)(x-y)}^{x^2-y^2}=1}^{x^2-y^2-1=0}\}$

Pontos óbvios:

u	v	x	y
1	1		
2	1/2		
$\frac{1}{2}$	2		
-1	-1		
-2	$-\frac{1}{2}$		
$-\frac{1}{2}$	-2		

Hoje:

- Decidir datas da P2, VR, VS (plano A, plano B, etc)
- Gabarito da P1
- Começar $\mathbb{R}^3$
- Coisas pra vocês fazerem nas próximas semanas
- Uma fofoca acadêmica (5 mins)

$\mathbb{R}^3$ (plano A)

Hoje: áreas, volumes e "x"

Estudem sozinhos: pontos, retas e planos em $\mathbb{R}^3$.

Lembrem que em $\mathbb{R}^2$ temos a operação "·" (entre vetores) que parecia muito abstrata no início mas acabou tendo várias utilidades...

Em $\mathbb{R}^3$ temos o "x" - um produto de dois vetores que retorna outro vetor!

Definição: P.6.

Intuição: $\vec{u} \times \vec{v}$ retorna um vetor ortogonal a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$ e de comprimento Área$(\vec{u}, \vec{v})$.

$$\vec{u} \times \vec{v} = \overrightarrow{(u_1, u_2, u_3)} \times \overrightarrow{(v_1, v_2, v_3)} = \begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{vmatrix} = \begin{array}{l} (u_2v_3 - u_3v_2)\,\vec{i} \\ +(u_3v_1 - u_1v_3)\,\vec{j} \\ +(u_1v_2 - u_2v_1)\,\vec{k} \end{array} = (\quad,\quad,\quad)$$

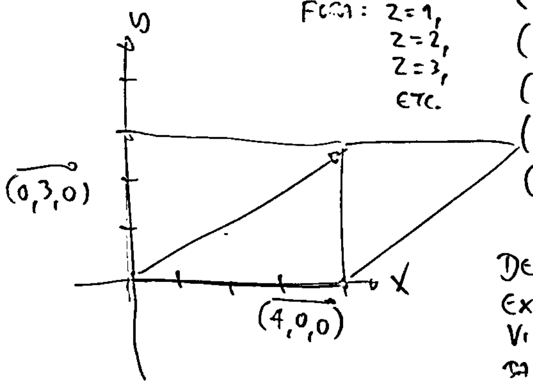
(1,2,3)
(1,3,2)
(2,1,3)
(2,3,1)
(3,1,2)
(3,2,1)

Visualização

Obs: aqui não é GD

e vocês não vão precisar desenhar nada em 3D na prova.

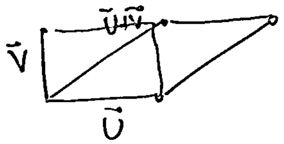
Quadro: $z=0$
Fora: $z=1$, $z=2$, $z=3$, etc.



Exercício: Descubra onde estão os seguintes pontos de $\mathbb{R}^3$ e aponte eles.

(2,1,0)
(2,1,1)
(2,1,2)
(3,1,2)
(3,2,2)

Depois: façam os exercícios de visualizar retas da P.2.

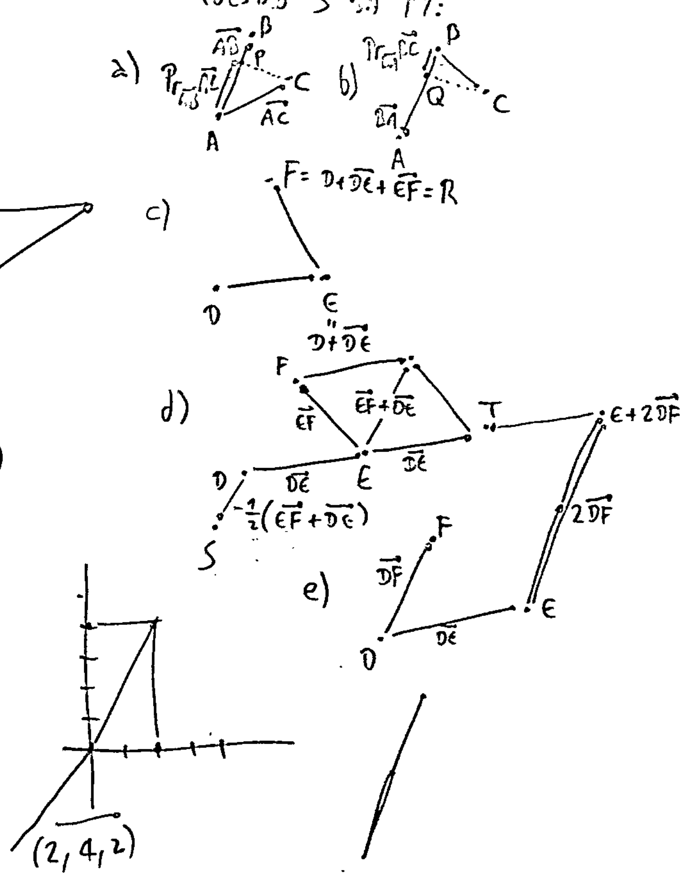


$\vec{u} \perp \vec{v}$

Área$(\vec{u}, \vec{v} + \vec{u})$
$=$ Área$(\vec{u}, \vec{v})$

Área$(\overrightarrow{(4,0,0)}, \overrightarrow{(3,2,0)})$
$=$ Área$(\overrightarrow{(4,0,0)}, \overrightarrow{(0,2,0)})$

Questão 3 da P1:



... TEM UMA COISA
IMPORTANTE QUE
A GENTE SÓ VIU
MUITO POR ALTO:
VETORES NORMAIS.

SE $r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid ax+by=c\}$
E $\pi = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid ax+by+cz=d\}$
ENTÃO $\vec{(a,b)}$ É UM VETOR NORMAL
À RETA r, E $\vec{(a,b,c)}$ É UM
VETOR NORMAL AO PLANO π.
TODO VETOR PARALELO A r É
ORTOGONAL A $\vec{(a,b)}$.
TODO VETOR PARALELO A π É
ORTOGONAL A $\vec{(a,b,c)}$.

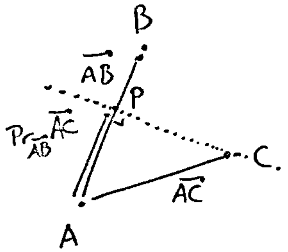
EXERCÍCIO:
DIGAMOS QUE $\vec{u} = (1,2,3)$
E $\vec{v} = (2,1,0)$.
DÊ A EQUAÇÃO DE UM
PLANO $\pi = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid ax+by+cz=d\}$
QUE PASSA PELO PONTO $(2,3,4)$
E É PARALELO A $\vec{u}$ E $\vec{v}$.

$-3(2)+6(3)-3(4)-d=0$

$-6+18-12=d$

$d=0$

$\pi = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid -3x+6y-3z=0\}$



$\vec{u} \times \vec{v}$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$0i+6j+1k-4k-3i-0j$

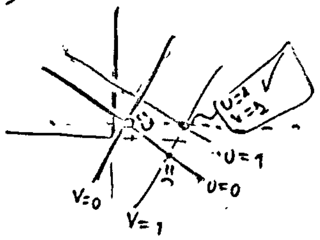
$-3i+6j-3k$

$-3x+6y-3z-d=0$

$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid u^2=v^2\}$

$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid v(v-1)=0\}$

HIP

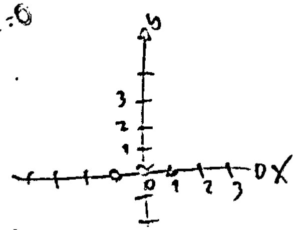


$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x(x-1)=0\}$

$x^2-x=0$

$y=x^2$

3.8



$\boxed{v=u^2}$

$\{(x,y) \in \{0,1,2,3,4\}^2 \mid x(x-1)=0\}$ dá zero