C2 30/mar/2022

Avisos:

1. O curso tem uma página. Vá em http://angg.twu.net/ - ou google por "Eduardo Ochs" - e aí clique em C2 na barra de navegação à esquerda. Vou atualizar a página de noite.
2. O curso de C2 vai ter uma abordagem diferente da tradicional - o primeiro PDF explica isso.
3. Aqui nós vamos usar termos como "resultado" e "resposta" num significado parecido com o de Prog 1: a "resposta" de uma pergunta geralmente vai ser uma série de expressões com a sintaxe certa (como programas).

A OPERAÇÃO MAIS IMPORTANTE DO CURSO É A

$$[:=]$$

E ALGO COMO

$$(x \cdot 10)[x:=4] = 40$$

É UM ERRO TÃO GRAVE QUANTO

$$2+3=23$$

- E ANULA A QUESTÃO.

A operação de substituição

$$[:=]$$

está bem explicada no primeiro PDF.

Motivação:

$$\sum_{i=2}^{5} i = 2+3+4+5$$

$$\sum_{k=2}^{5} k = 2+3+4+5$$

$$\sum_{k=2}^{5} (x+k^2) = (x+2^2) + (x+3^2) + (x+4^2) + (x+5^2)$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=2}^{3} (x+k^4) &= (x+k^4)[k:=2] + (x+k^4)[k:=3] \\ &= (x+2^4) + (x+3^4)\end{aligned}$$

A pronúncia de $(x+k^4)[k:=2] = (x+2^4)$ é: "o resultado de substituir a variável k por 2 na expressão $(x+k^4)$ é $(x+2^4)$".

Importante: o "=" depois de uma substituição é especial... pra gente "substituição" e "simplificação" são operações completamente separadas.

$$(x \cdot 10)[x:=4] = (4 \cdot 10)$$

$$(x \cdot 10)[x:=4] = 40$$

Exercício pra agora: Acessem a página do curso, abram o PDF "Aulas 4 e 5 - introdução ao curso", leia principalmente o slide 9 dele, e faça o exercício 3 da página 13.

Esse exercício tem muitas pegadinhas - discutam com os seus vizinhos.

... E depois façam o exercício 1 da página 10 do PDF - obs: ele é bem grande e tem um monte de pegadinhas novas.

C2 31/mar/2022
Turma E1

Na aula passada nós vimos como usar a operação [:=] pra substituir variáveis...

Mas o [:=] também pode ser usado pra substituir funções.

Algo como

$$\Big(f(\underbrace{g(200)}) + \underbrace{g(a)}\Big)\,[g(x) := x+1]$$

quer dizer - aliás, é pronunciado como:

"o resultado de substituir na expressão $f(g(200)) + g(a)$ cada subexpressão da forma $g(x)$ por $x+1$"...

Pra agora:

Façam o exercício 1 do slide 10.

Vocês já viram como substituir funções pelas definições delas, mas nunca viram uma definição formal das regras disso... Vejam o slide 8 pra relembrar como substituição de funções é feita na prática.

Aviso: esse exercício tem muito mais pegadinhas que o da aula passada! Façam em grupo!!!

Uma das aplicações do [:=] vai ser resolver equações ("por chutar e testar")

Exemplo (básico):

$x+2=5$

Em português:
Encontre valores de x que são soluções de $x+2=5$.

O que isso quer dizer?

Vamos testar alguns valores de x...

$$(x+2=5)[x:=1] = (1+2=5) = F$$

$$(x+2=5)[x:=2] = (2+2=5) = F$$

$$(x+2=5)[x:=3] = (3+2=5) = V$$

A ~~página 47 do~~ PDF tem um monte de "equações diferenciais ordinárias" - EDOs - que vocês vão tentar resolver - ou: encontrar soluções pra elas - por chutar e testar...

Exemplo:

4) $f'(x) = x^4$ ⇐ EDO

Chute: $f(x) = x^3$

Teste:

$$\big(f'(x) = x^4\big)\begin{bmatrix} f(x) := x^3 \\ f'(x) := 3x^2 \end{bmatrix} =$$

$f(x)$

6) $f''(x) + f'(x) = 6f(x)$

$$\big(f''(x) + f'(x) = 6f(x)\big)\begin{bmatrix} f(x) = x^3 \\ f'(x) = 3 \\ f''(x) = 6 \end{bmatrix}$$

$$= \big(6x + 3x^2 = 6 \cdot x^3\big)$$

C2 6/ABRIL/2022

PLANOS PRA HOJE:

1. TERMINAR OS EXERCÍCIOS DE ENCONTRAR SOLUÇÕES DE EDOS POR CHUTAR E TESTAR
2. VER UMA DEFINIÇÃO RECURSIVA DO [:=]
3. VER COMO CALCULAR (ALGUMAS) ANTIDERIVADAS POR CHUTAR-E-TESTAR

OS EXERCÍCIOS DE EDOS ESTÃO NO SLIDE 12 DO PRIMEIRO PDF DO SEMESTRE PASSADO. AS EDOS SÃO:

4) $f'(x) = x^4$

5) $f'(x) = 2f(x)$

6) $f''(x) + f'(x) = 6f(x)$

7) $f'(x) = -1/f(x)$

8) $f'(x) = -x/f(x)$

E OS CHUTES QUE EU SUGERI ERAM ESSES AQUI:

$f(x) = x^3$,
$f(x) = x^5$,
$f(x) = 200x^5 + 42$,
$f(x) = e^x$,
$f(x) = e^{42x}$,
$f(x) = e^{2x}$,
$f(x) = e^{3x}$,
$f(x) = \sqrt{1-x^2}$,
$f(x) = \sqrt{4-x^2}$.

LEMBREM QUE A OPERAÇÃO [:=] É A MAIS IMPORTANTE DO CURSO E QUE ERROS COMO

$(x \cdot 10)[x := 4] = 40$

SÃO CONSIDERADOS TÃO GRAVES QUANTO $2+3 = 23$.

2. DÁ PRA TRADUZIR SUBSTITUIÇÕES PRA DEFINIÇÕES RECURSIVAS. EXEMPLO:

$$\left(\frac{a \cdot b - a}{b+2}\right)\begin{bmatrix} a := b+3 \\ b := a+4 \end{bmatrix} = \left(\frac{(b+3)\cdot(a+4) - (b+3)}{(a+4)+2}\right)$$

SEJA $[S1] = \begin{bmatrix} a := b+3 \\ b := a+4 \end{bmatrix}$.

A TRADUÇÃO DE [S1] É:

$(a)[S1] = (b+3)$
$(b)[S1] = (a+4)$
$(2)[S1] = (2)$
$(\text{EXPR}_1 + \text{EXPR}_2)[S1] = ((\text{EXPR}_1)[S1] + (\text{EXPR}_2)[S1])$
$(\text{EXPR}_1 - \text{EXPR}_2)[S1] = ((\text{EXPR}_1)[S1] - (\text{EXPR}_2)[S1])$
$\left(\frac{\text{EXPR}_1}{\text{EXPR}_2}\right)[S1] = \left(\frac{(\text{EXPR}_1)[S1]}{(\text{EXPR}_2)[S1]}\right)$
ETC...

@eduardoochs
A

3. RESOLVA AS EDOS ABAIXO. OBSERVAÇÃO IMPORTANTÍSSIMA: ELAS CORRESPONDEM AOS EXERCÍCIOS DAS PÁGINAS 185 E 186 DO LIVRO DO D. MIRANDA! DÊ UMA OLHADA!!!

1) $f'(x) = x$
2) $f'(x) = 3x+1$
3) $f'(x) = x^n$
4) $f'(x) = x^2+x+1$
5) $f'(x) = \frac{1}{x^2}$
6) $f'(x) = x + \frac{1}{x^3}$
7) $f'(x) = \sqrt[3]{x}$
8) $f'(x) = 3 \cdot \sqrt[7]{x^2} + \cos x$
9) $f'(x) = e^{4x}$
10) $f'(x) = \cos 3x$

C2 7/ABRIL/2022

PRIMEIRO ASSUNTO DE HOJE: QUAIS SÃO AS REGRAS EXATAS DA OPERAÇÃO [:=]? NÓS VIMOS NO EXERCÍCIO 1 DO 1º PDF DO SEMESTRE PASSADO QUE A SUBSTITUIÇÃO DE FUNÇÕES TEM VÁRIAS PEGADINHAS COMPLICADAS... VAMOS VER COMO TRADUZIR UMA [:=] PARA ALGO QUE FUNCIONA COMO UM PROGRAMA RECURSIVO.

EXEMPLO 1:

$$\left(\frac{a\cdot b+a}{b+2}\right)\begin{bmatrix} a:=b+3 \\ b:=a+4\end{bmatrix}$$

$$=\left(\frac{(b+3)\cdot(a+4)+(b+3)}{(a+4)+2}\right)$$

SEJA $[S1]=\begin{bmatrix} a:=b+3 \\ b:=a+4\end{bmatrix}$

REGRAS:

R1: $(\text{EXPR1}+\text{EXPR2})[S1] = \text{EXPR1}[S1]+\text{EXPR2}[S1]$

R2: $(\text{EXPR1}\cdot\text{EXPR2})[S1] = \text{EXPR1}[S1]\cdot\text{EXPR2}[S1]$

R3: $\left(\frac{\text{EXPR1}}{\text{EXPR2}}\right)[S1] = \frac{\text{EXPR1}[S1]}{\text{EXPR2}[S1]}$

R4: $a[S1]=b+3$

R5: $b[S1]=a+4$

R6: $2[S1]=2$

EXEMPLO:

$$(\underbrace{a\cdot b}_{\text{EXPR1}}+\underbrace{a}_{\text{EXPR2}})[S1] = (a\cdot b)[S1]+a[S1]$$

$$=(a[S1]\cdot b[S1])+a[S1]$$

$$=((b+3)\cdot(a+4))+(b+3)$$

EXERCÍCIO 1: CALCULE $\left(\frac{a\cdot b+a}{b+2}\right)[S1]$ USANDO AS REGRAS R1...R6.

$\boxed{\text{OBS: OLHE AS DICAS DA PÁGINA 3 DO PDF.}}$

ALGUMAS IDÉIAS NOVAS:

A EXPRESSÃO $a\cdot b+a$ "É DA FORMA" EXPR1 + EXPR2 PORQUE $(\text{EXPR1}+\text{EXPR2})\begin{bmatrix}\text{EXPR1}:=a\cdot b \\ \text{EXPR2}:=a\end{bmatrix}$

$=(a\cdot b+a)$.

O SLIDE 7 TEM UM EXEMPLO DE UMA SÉRIE DE IGUALDADES COM JUSTIFICATIVAS...

$(a\cdot b+a)[S1] = (a\cdot b)[S1]+a[S1]$ POR R1

OU

POR R1 COM EXPR1 = $a\cdot b$ E EXPR2 = a

$$\text{expr}_1 = \text{expr}_2 = \text{expr}_3 = \text{expr}_4$$

$$\left(R1)\begin{bmatrix}\text{EXPR1}:=a\cdot b \\ \text{EXPR2}:=a\end{bmatrix} = (a\cdot b+a)[S1] = (a\cdot b)[S1]+a[S1]\right)$$

$(a\cdot b+a)[S1]=(a\cdot b)[S1]+a[S1]$ POR (R1) $\begin{bmatrix}\text{EXPR1}:=a\cdot b \\ \text{EXPR2}:=a\end{bmatrix}$ =

SUBSTITUIÇÃO DE FUNÇÕES - ~~...~~ÇÃO

$$(RC) = \left(\frac{d}{dx}f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$$

$$(RC)\begin{bmatrix} f(x):=\operatorname{sen} x \\ f'(x):=\cos x \\ g(x):=42x \\ g'(x):=42\end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dx}\operatorname{sen}(42x) = \cos(42x)\cdot 42\right)$$

EXERCÍCIO 2

CALCULE:

a) $(RC)\begin{bmatrix} f(x):=e^x \\ f'(x):=e^x \\ g(x):=x^2+x \\ g'(x):=2x+1\end{bmatrix}$

b) $(RC)\begin{bmatrix} f(x):=\sqrt{x} \\ f'(x):=\frac{1}{2}x^{-1/2} \\ g(x):=4-x^2 \\ g'(x):=-2x\end{bmatrix}$

@eduardoochs

EXERCÍCIO 3

FAÇA OS EXERCÍCIOS ABAIXO DA P.89 DO LIVRO DO D. MIRANDA TRADUZINDO-OS PARA SUBSTITUIÇÕES NO (RC). O ENUNCIADO DO LIVRO É: "EX 3.17: CALCULE AS DERIVADAS DAS SEGUINTES FUNÇÕES".

1) $f(x)=(2x+10)^{12}$
2) $f(t)=(3t-2)^5$
3) $g(\theta)=(\operatorname{sen}\theta+\cos\theta)^3$
4) $h(t)=e^{3t^2+t-1}$

C2 13/abril/2022
Turma C1 (...)

Lembrem que estamos tentando entender direitinho todos os detalhes, como a substituição funciona — e a substituição de funções é complicada.

Hoje: vamos fazer todos os exercícios do PDF "Mais exercícios de substituição" e mais alguns que ainda não estão no PDF.

A versão atual do PDF tem um monte de fórmulas na página 7, e tem as regras R1 até R6, mas não tem texto... Eu vou mudar bastante essa página 7 daqui a pouco.

Nas páginas 7 e 8 a gente está definindo uma operação [S1] a partir das regras que ela obedece — as regras R1 até R6 — e a gente vai esquecer temporariamente que a operação [S1] tem que se comportar como a substituição

$$\begin{bmatrix} a := b+3 \\ b := a+4 \end{bmatrix}.$$

Exercício 6

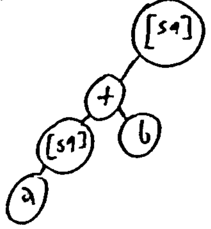
No exercício 5 do PDF vocês devem ter obtido algo desta forma aqui:

$$\begin{aligned} \mathrm{EXPR}_1 &= \mathrm{EXPR}_2 && \text{(por justificativa}_1\text{)} \\ &= \mathrm{EXPR}_3 && \text{(por justificativa}_2\text{)} \\ &= \mathrm{EXPR}_4 && \ldots \end{aligned}$$

Represente cada uma dessas expressões em forma de árvore. A operação [S1] vai virar uma operação unária, como o "−" do "−8"... Por exemplo, a representação em árvore de

$$(a[S1]+b)[S1]$$

vai ser:



O objetivo do exercício 6 é fazer vocês entenderem que "as regras R1..R6 empurram os [S1]s na direção das folhas da árvore". Isso parece um slogan — queremos ver os detalhes do que isso quer dizer.

Exercício 7

No exercício 5 você conseguiu se livrar de todos os [S1]s... primeiro você empurrou eles pras folhas, depois você aplicou umas regras que fizeram os [S1]s das folhas sumirem.

Usando só as regras R1 até R6 a gente não consegue fazer algo parecido com a árvore do exercício 4... ou seja, se a gente tentar calcular isso aqui

$$(((5+z)/-8)\cdot 4^2)[S1]$$

a gente empaca em vários lugares.

Agora nós vamos definir uma operação [S2] de um jeito que deixa um monte de regras implícitas.

As regras explícitas da [S2] são essas aqui:

$$\text{R7:}\quad 8[S2] = 42,$$

$$\text{R8:}\quad (-\mathrm{EXPR}_1)[S2] = 200\cdot(\mathrm{EXPR}_1[S2]).$$

Em todos os outros casos as regras implícitas são como as regras R1 até R3 e R6: o [S2] é empurrado na direção das folhas — como nas regras R1 até R3 — ou desaparece — como na regra R6.

Tente entender essa definição informal, e calcule

$$(((5+z)/-8)\cdot 4^2)[S2].$$

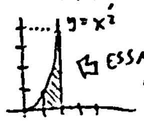
Faça isso bem passo a passo, e use tanto a notação "algébrica" do exercício 5 quanto a notação em árvore do exercício 6.

C2 20/abril/2022

Turma E1 - tarde

O nosso próximo assunto vai ser como calcular áreas. Vou mostrar uma coisa sobre isso agora...

$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$ é a "área sob a curva $y=f(x)$ entre $x=a$ e $x=b$". Por exemplo,

$\int_{x=1}^{x=2} x^2\,dx =$ 

⇐ essa área aqui.

Uma fórmula bem importante em C2 é essa aqui:

$$\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(b)-F(a) \quad \text{(TFC2)}.$$

Ela às vezes dá resultados errados.

Um exemplo em que ela dá um resultado certo:

Área() $= \int_{x=0}^{x=4} x\,dx$

Seja $F(x)=\frac{x^2}{2}$. Então $F'(x)=x$, e:

$$(\text{TFC2})\begin{bmatrix} F(x)=x^2/2 \\ F'(x)=x \\ a=0 \\ b=4 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=0}^{x=4} x\,dx = \frac{4^2}{2}-\frac{0^2}{2}\right)$$

Exercício 1:

a) Calcule Área() pela fórmula da área do triângulo.

b) Continue esta série de igualdades até você obter um resultado numérico:

$$\int_{x=0}^{x=4} x\,dx = \frac{4^2}{2}-\frac{0^2}{2}$$
$=$
$=$

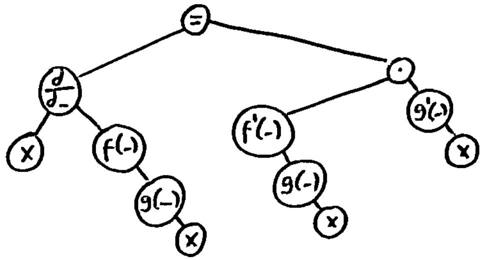
Voltando pro [:=]...

Confiram que vocês sabem fazer os exercícios 6 e 7 da aula passada (e do PDF).

Exercício 8

A representação em árvore da regra da cadeia é essa aqui: Eu ainda não tive tempo de fazer ela no computador...

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x)\right)$$



a) Digamos que a operação [S1] só tem esta regra explícita aqui:

R1: $f(expr_1)[S1] = \mathrm{sen}(expr_1)$.

Calcule [RC][S1].

b) Digamos que a operação [S2] só tem estas regras explícitas:

R2: $x[S2] = t$

R3: $g'(expr_1)[S2] = expr_1$

Calcule [RC][S2].

c) A operação [S3] só tem estas regras explícitas:

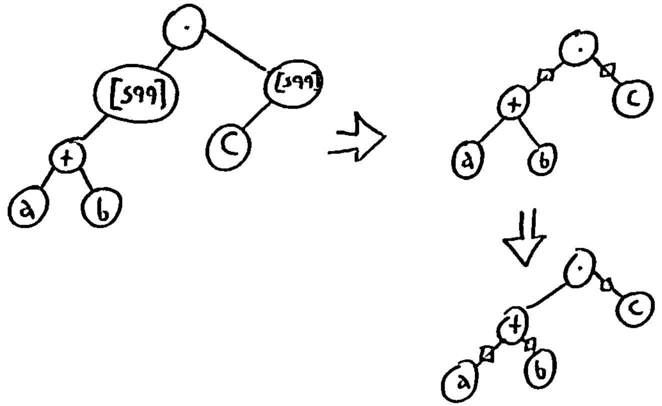
R4: $x[S3] = t$

R5: $f(expr_1)[S3] = \mathrm{sen}(expr_1[S3])$

$f'(expr_1)[S3] = \cos(expr_1)$

Calcule [RC][S3].

Dica: Quando você for fazer as árvores desenhe os "[S]"s bem pequenos e no meio dos fios. Por exemplo, $(a+b)[S99] \cdot c[S99]$



C2 27/abril/2022

Turma C1 - tarde

HOJE: NA AULA PASSADA EU PUS UM MONTE DE EXERCÍCIOS NO QUADRO QUE VOCÊS NÃO TIVERAM TEMPO DE FAZER... ELES VIRARAM O EXERCÍCIO 8.

FAÇAM O EXERCÍCIO 8 - QUE ESTÁ NAS FOLHAS QUE EU DISTRIBUÍ

$\boxed{\text{EXERCÍCIO 9}}$

NA PÁGINA DA "INTRODUÇÃO AO EXERCÍCIO 8" TEM ESSA FIGURA AQUI:

$$\left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right) \begin{bmatrix} f(x) := \operatorname{sen} x \\ f'(x) := \cos x \\ g(x) := 42 \cdot x \\ g'(x) := 42 \\ x := t \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{d}{dt} \operatorname{sen}(42t) = \cos(42t) \cdot 42\right).$$

NO EXERCÍCIO 9 VOCÊ VAI TER QUE ENCONTRAR UMA SUBSTITUIÇÃO "DO SEGUNDO TIPO" QUE OBEDEÇA ISTO AQUI:

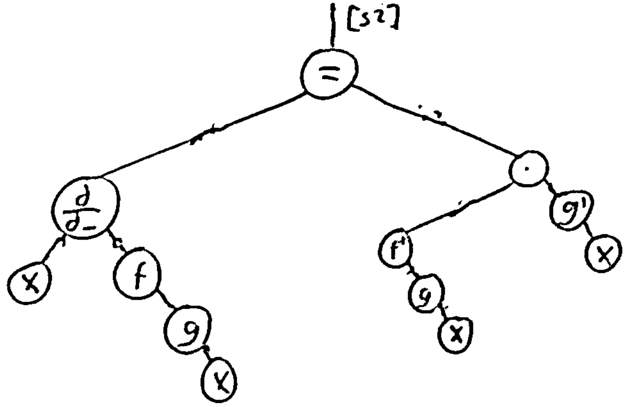
$$\left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)\right) [S99]$$

$$= \left(\frac{d}{dt} \operatorname{sen}(42t) = \cos(42t) \cdot 42\right)$$

ENCONTRE A [S99] POR CHUTAR E TESTAR, NO SEGUINTE SENTIDO: PRA CADA UM DOS SEUS CHUTES DÊ A DEFINIÇÃO DELE - POR EXEMPLO, "SEJA [S4] A OPERAÇÃO QUE SÓ TEM ESTAS REGRAS EXPLÍCITAS: ..." E DEPOIS TESTE O SEU CHUTE CALCULANDO [RC][S4].

SE NÃO DER O RESULTADO QUE VOCÊ QUERIA, NÃO APAGUE E NÃO JOGUE FORA.

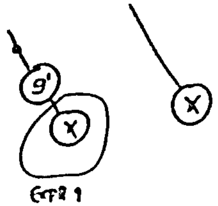
A "RESPOSTA" DO EXERCÍCIO 9 DEVE SER UMA SÉRIE DE CHUTES E TESTES QUE TERMINA COM UMA SUBSTITUIÇÃO QUE DÁ O RESULTADO "CERTO".



$2+3=5$

$2+3=23$

$g'(expr_1)[S2] = expr_1$



R2: $x[S2] = t$

R3: $g'(expr_1)[S2] = expr_1$

$$\left(g'(expr_1)[S2] = expr_1\right) [expr_1 := x]$$

$$= \left(g'(x)[S2] = x\right)$$

$$\frac{d}{d(x[S1])}$$

$$\frac{d}{dx}[S1] \operatorname{sen}(g(x[S1]))$$

C2 - 28/ABRIL/2022

TURMA E1 - TARDE

HOJE: VAMOS TERMINAR OS EXERCÍCIOS 8 E 9 E SE DER TEMPO NÓS VAMOS COMEÇAR A VER COMO VISUALIZAR SOMATÓRIOS.

EU DISTRIBUÍ CÓPIAS EM PAPEL DO EXERCÍCIO 8 E DO 9 TÁ NO SITE.

DICA PRO EXERCÍCIO 9: TENTEM CONSEGUIR REGRAS COM ESTA CARA:

$$f(\mathrm{expr}_1)[S23] = \ldots$$

$$f'(\mathrm{expr}_1)[S23] = \ldots$$

$$g(\mathrm{expr}_1)[S23] = \ldots$$

$$g'(\mathrm{expr}_1)[S23] = \ldots$$

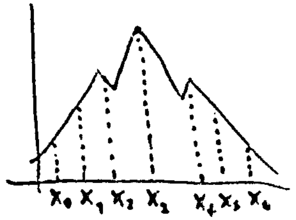
$$x[S23] = \ldots$$

$\boxed{\text{C2 4/maio/2022}}$

TURMA E1-TARDE

Hoje nós vamos fazer alguns exercícios baseados em exercícios de dois PDFs do semestre passado - o "Integrais como somas de retângulos" e o "Integrais como somas de retângulos (2)".

① Façam várias cópias desta figura aqui numa folha de papel:



Cada item vai precisar de uma cópia tua.

Desenhe os seguintes somatórios, cada um sobre uma cópia: ⇐ como retângulos!

ⓐ $\sum_{i=1}^{6} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$

ⓑ $\sum_{i=1}^{6} f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$

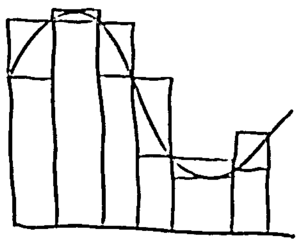
ⓒ $\sum_{i=1}^{6} \max(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

ⓓ $\sum_{i=1}^{6} \min(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

ⓔ $\sum_{i=1}^{6} f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$

ⓕ $\sum_{i=1}^{6} \frac{f(x_{i-1})+f(x_i)}{2}(x_i - x_{i-1})$

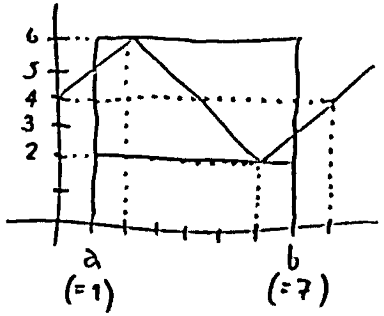
O slide 3 do "Integrais como somas de retângulos" tem uma figura como esta aqui:



Que mostra a "melhor aproximação por cima por retângulos" e a "melhor aproximação por baixo por retângulos".

A definição formal disso vai nos tomar muitas aulas. Vou "definir informalmente" as operações $\mathrm{supi}(f([a,b]))$ e $\mathrm{infi}(f([a,b]))$...

Exemplo:

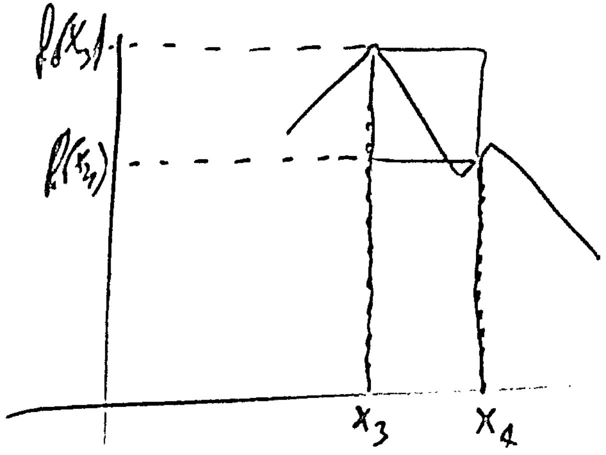


$[a,b] = [1,7]$

$f([a,b]) = [2,6]$

$\mathrm{supi}(f([a,b])) = 6$

$\mathrm{infi}(f([a,b])) = 2$



$\max(f(x_3), f(x_4))(x_4 - x_3)$

$f(x_3) \,/\, (x_4$

$\boxed{\text{C2 5/MAIO/2022}}$

TURMA E1-TARDE

HOJE: CONTINUAÇÃO DO EXERCÍCIO DE ONTEM! IMAGENS DE INTERVALOS! SUPS E INFS INFORMAIS! ⇐ PRÓXIMA AULA!

$\boxed{\text{EXERCÍCIO 1}}$

a) $\sum_{i=1}^{2} f(x_i)(x_i - x_{i-1})$

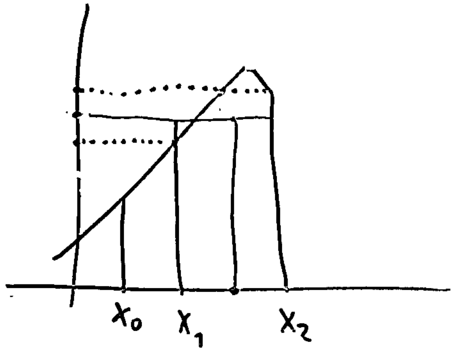
b) $\sum_{i=1}^{2} f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})$

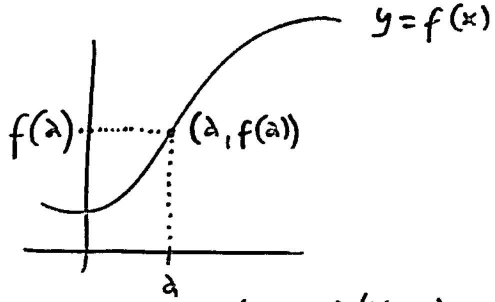
c) $\sum_{i=1}^{2} \max(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

d) $\sum_{i=1}^{2} \min(f(x_{i-1}), f(x_i))(x_i - x_{i-1})$

e) $\sum_{i=1}^{2} f\left(\frac{x_{i-1}+x_i}{2}\right)(x_i - x_{i-1})$

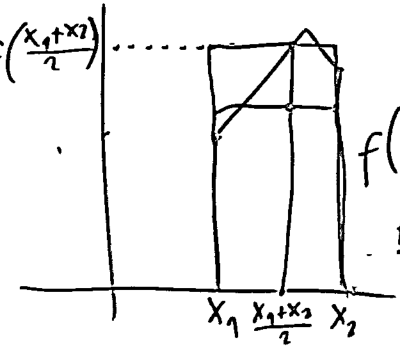
f) $\sum_{i=1}^{2} \frac{f(x_{i-1})+f(x_i)}{2}(x_i - x_{i-1})$





$$\alpha = f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)(x_2 - x_1)$$

$$\beta = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}(x_2 - x_1)$$



$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)(x_2 - x_1)$

$\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}(x_2 - x_1)$

$\left(f(x_{i-1})(x_i - x_{i-1})\right)[i:=1]$

$= f(x_{1-1})(x_1 - x_{1-1})$

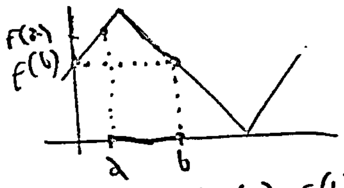
$f(x_0)(x_1 - x_0)$

C2 11/maio/2022

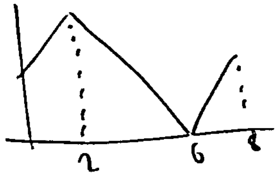
Todo o material que a gente vai usar hoje está no PDF "somas de retângulos". O nome no rodapé dele é ...-somas-3. Eu só trouxe cópias em papel de uma folha que tem um monte de gráficos - pro resto vocês vão ter que consultar o PDF na página do curso

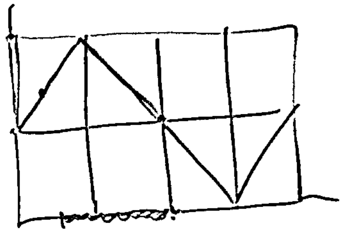
Muito importante:

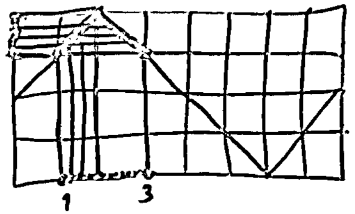
As páginas 5 e 6 mostram como "calcular visualmente" imagens de intervalos...

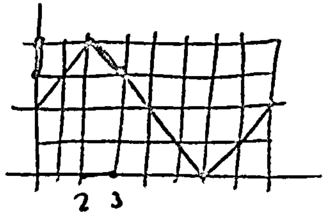


$f([a,b]) = [f(a), f(b)]$

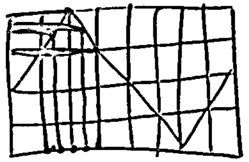


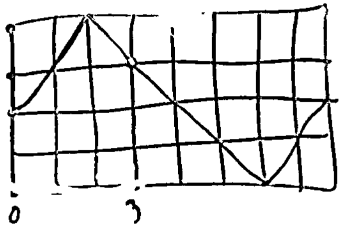


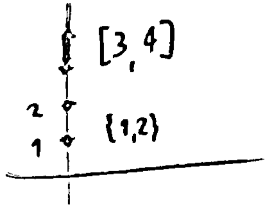




$\{2,3\} \neq [2,3]$







C2 12/maio/2022

TODO O MATERIAL DE HOJE ESTÁ NO PDF "SOMAS DE RETÂNGULOS". REPAREM QUE O RODAPÉ DELE DIZ "...somas-3"; ALGUNS EXERCÍCIOS DELE TÊM LINKS PRO "SOMAS 1" E PRO "SOMAS 2".

HOJE VAMOS TENTAR CHEGAR ATÉ SOMAS DE RIEMANN.

PRA CASA: TENTEM TERMINAR TODOS OS EXERCÍCIOS ATÉ O 7 (INCLUSIVE).

DÁ PRA DEFINIR A INTEGRAL DE VÁRIOS JEITOS DIFERENTES, MAS EQUIVALENTES.

NA AULA QUE VEM A GENTE VAI ENTENDER ISSO AQUI:

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx = \lim_{\substack{k\to\infty \\ P=[a,b]_{2^k}}} [\mathrm{SUP}]$$

$$= \lim_{\substack{k\to\infty \\ P=[a,b]_{2^k}}} \sum_{i=1}^{N} \sup(f([a_i,b_i]))[b_i-a_i]$$

[C2 13/maio/2022]

[illegible]

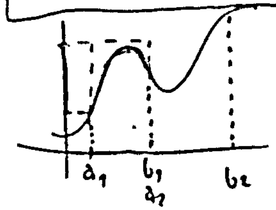
No final da aula passada eu pedi pra vocês terminarem o exercício 7 em casa. Hoje nós vamos tirar todas as dúvidas de tudo até o 7 — dúvidas antigas são sempre bem vindas! — e fazer o 8, e se der a gente começa a matéria de infs e sups

$P = \{0, 1, 4, 5\}$ ... $[0,1] \cup [1,4] \cup [4,5]$

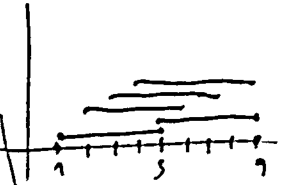
i	a_i	b_i
1	0	1
2	1	4
3	4	5

$$[L] = \sum_{i=1}^{N} f(a_i)(b_i - a_i)$$
$$= \sum_{i=1}^{3} f(a_i)(b_i - a_i)$$
$$f(a_1)(b_1 - a_1) + f(a_2)(b_2 - a_2) + f(a_3)(b_3 - a_3)$$
$$f(0)(1-0) + f(1)(4-1) + f(4)(5-4)$$

$$\boxed{[supi] = \sum_{i=1}^{N} supi\big(f([a_i, b_i])\big)(b_i - a_i)}$$



$$[supi] = \sum_{i=1}^{2} supi\big(f([a_i, b_i])\big)(b_i - a_i)$$
$$= \underbrace{supi\big(f(\underbrace{[a_1, b_1]})\big)}\ \underbrace{(b_1 - a_1)} + \ldots$$



$$[1,9]_{2} = \overset{a,b}{[1,9]}_{2} = \{1, 5, 9\}$$ ... $[1,5] \cup [5,9]$

i	a_i	b_i	
1	1	5	$[a_1, b_1] = [1,5]$
2	5	9	$[a_2, b_2] = [5,9]$

$f([1,9])(9-1)$

$\{1, 10\}$ $(1, 10)$ $[1, 10]$

$[L] =$

$\{3, 5, 7, \ldots, 13\} = \{3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

$\{3, 5, 7, \ldots, 11\} =$

$\{3, 5, 7, \ldots, 9\} =$

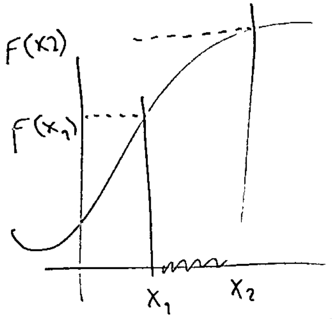
$\{3, 5, 7, \ldots, 7\} = \{3, 5, 7\}$

$\{3, 5, 7, \ldots, 5\} = \{3, 5\}$

$\boxed{\text{C2 19/maio/2022}}$

TURMA E1-TARDE

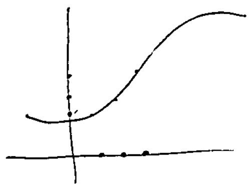
HOJE: ATÉ AS 14:45, TERMINAR O EXERCÍCIOS DE SUPS E INFS;
A PARTIR DAS 14:45 A GENTE COMEÇA A VER SUPS E INFS "DE VERDADE" NO PDF SOBRE SUPS E INFS.



$A = \{2,3,4\}$

$B = \{(2,f(2)),(3,f(3)),(4,f(4))\}$

$C = \{f(2), f(3), f(4)\}$



$\forall k \in \{2,3,4\}.\ P(k) = P(2) \land P(3) \land P(4)$

$P(0)$

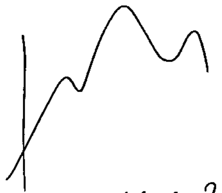
$\sum_{i=3}^{6} K^2 = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$

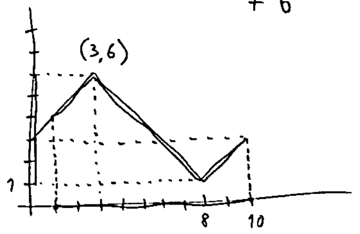
$\sum_{i=3}^{6} K^2 = K^2[K:=3] + K^2[K:=4] + K^2[K:=5] + K^2[K:=6] = 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$

$\sum_{K=2}^{4} f(K) = f(2) + f(3) + f(4)$

$V = 1 = 0$

$F = 0 = 0$





$[1,9]_{2^1} = [1,9]_2 = \{1,5,9\}$

$[supi]_{[1,9]_{2^1}} = [supi]_{\{1,5,9\}}$

$\land \quad \&\&$

$\lor \quad ||$

$\underbrace{\underbrace{V \lor V}_{V} \lor F}_{V}$

$1 \;||\; 1 \;||\; 0$

$F \land F = F$
$F \land V = F$
$V \land F = F$
$V \land V = V$

$F \lor F = F$
$F \lor V = V$
$V \lor F = V$
$V \lor V = V$

$\underbrace{2 \le 1}_{F} \land \underbrace{2 \le 2}_{V} \land \underbrace{2 \le 3}_{V} \land \ldots$

$\forall x \in \{7,8,9\}.(4 \le f(x)) = 4 \le f(7) \land 4 \le f(8) \land 4 \le f(9)$

a) $[supi]_{\{1,10\}} = \sum_{i=1}^{1} supi(f([a_i,b_i]))(b_i - a_i)$
$= supi(\underbrace{\underbrace{f([1,10])}_{[1,6]}}_{6})(10-1)$

$\forall \underbrace{\ }_{VAR} \in \underbrace{\ }_{CONJ} . \underbrace{\ }_{PROP}$

$\forall \underbrace{x}_{VAR} \in \underbrace{\{7,8,9\}}_{CONJ} . \underbrace{2 \le x}_{PROP}$

$\sum_{\underbrace{x}_{VAR} = \underbrace{2}_{NUM}}^{\overbrace{9}^{NUM}} \underbrace{x^2}_{EXPR}$

C2 24/MAIO/2022

~~TURMA~~ E1 - TARDE

ACESSEM O PDF SOBRE INFS E SUPS - A PRINCIPAL COISA QUE A GENTE VAI FAZER HOJE É O EXERCÍCIO 2 DELE.

AMANHÃ VAMOS VER OS EXERCÍCIOS 3 E 4, QUE ACHO QUE DEPENDEM DO 2.

SE VOCÊS FOREM AJUDAR AS PESSOAS QUE FORAM NO ENCERRO POR FAVOR NÃO DEEM AS RESPOSTAS COMO FIGURAS... AO INVÉS DISSO FAÇAM O PAPEL DO "O".

$$C = \{ (\underbrace{x}_{1}, \underbrace{y}_{-1}) \in \mathbb{R}^2 \mid \underbrace{0 \leq \underbrace{x}_{1}}_{V} \wedge \underbrace{\underbrace{\underbrace{x}_{1} + \underbrace{y}_{-1}}_{0} < 2}_{V} \}$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{V}$$

$(1,-1) \in C$? sim

$\boxed{\text{C2 26/MAIO/2022}}$

TURMA E1 - TARDE

HOJE:

- TIRAR TODAS AS DUVIDAS DO EXERCÍCIO 2
- FAZER UM EXERCÍCIO GIGANTE COM ENUNCIADO PEQUENO QUE EU TOU DIGITANDO AGORA (E QUE A OUTRA TURMA FEZ A PARTIR DO QUADRO)

C = {(X

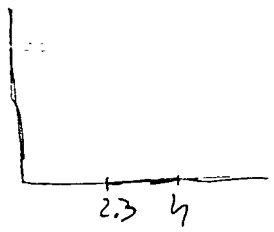
C2 - 1º/Junho/2022

Turma E1 - Tarde

Eu imaginei que muitas pessoas da turma faltariam na semana passada por causa do enfermo, então as aulas da semana passada seriam mais ou menos opcionais e a gente faria uma revisão delas nessa semana...

Hoje:

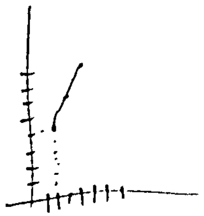
Terminar o exercício 2 do PDF de infs e sups, e fazer os exercícios 3, 4, 5, 6.



$\{(x,2x) \mid x \in \{2,3,4\}\}$

$\{(x,f(x)) \mid x \in [1,3]\}$ $\quad \{(2,2\cdot2),(3,2\cdot3),(4,2\cdot4)\}$

$= \{(2,4),(3,6),(4,8)\}$



$P(\alpha) = \forall \underbrace{x}_{\text{em } (x,0)} \in B.\ \underbrace{\underbrace{\alpha}_{\text{em } (0,\alpha)} \le f(\underbrace{x}_{(x,0)})}_{(x,f(x))}$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{(0,\alpha)}$

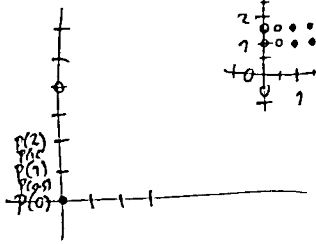
$P(\alpha) = \underbrace{(\alpha \le f(x))}_{\text{em } (x,f(x))}[x:=7] \wedge \underbrace{(\alpha \le f(x))}_{\text{em } (x,f(x))}[x:=8] \wedge \dots$

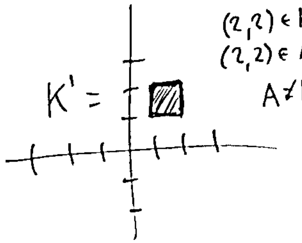
$\underbrace{\underbrace{(\alpha \le f(7))}_{F}}_{\text{em } (7,f(7))}$

Exercício 3.

$P(\alpha) = \forall x \in B.\ \underbrace{\alpha \le f(x)}_{\text{em } (0,\alpha)}$

$P(0), P(0,5), P(1) \dots$

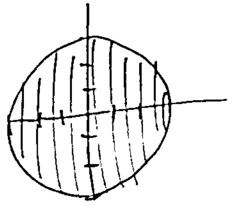


$K' =$ 

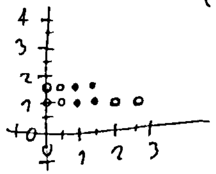
$(2,2) \in K'$? sim

$(2,2) \in A$? não

$A \neq K'$

$A' =$ 

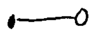
$(1,2) \in A$?



$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \in [1,2) \wedge y \in [1,2)\}$

$[1,2) = \{\underset{2}{x} \in \mathbb{R} \mid \underbrace{\underbrace{1 \le \underset{2}{x}}_{V} \wedge \underbrace{\underset{2}{x} < 2}_{F}}_{F}\}$

$2 \notin [1,2)$

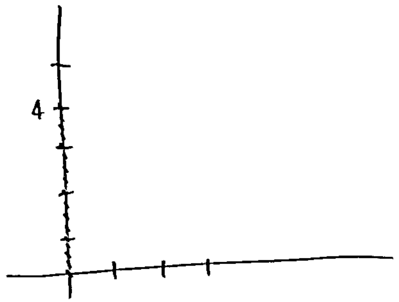


$\boxed{\text{C2 2/junho/2022}}$

Turma E1-tarde

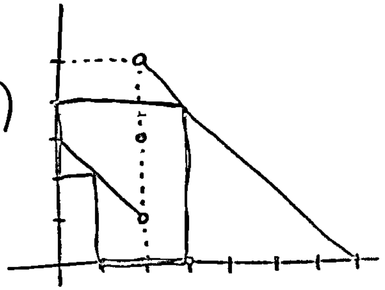
Hoje: vamos continuar fazendo os exercícios e tirando as dúvidas deles... ALGUMAS pessoas da outra turma já começaram a fazer o exercício 7.

Aviso sem nada a ver: Se alguém estiver interessado em Lisp, Org, Emacs e no sistema que eu uso pra controlar tudo a partir do Emacs, fale comigo! Ele ficou muito fácil de instalar no Windows nos últimos dias (oficina no sábado + sessão de debugamento com uma pessoa que usa Windows ontem).



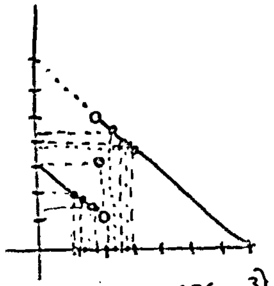
$$P(\alpha) = \underbrace{\underbrace{\forall x \in B}_{\text{em }(x,0)} . \underbrace{\underbrace{\alpha}_{\text{em }(0,\alpha)} \le f(x)}_{\text{em }(x,f(x))}}_{\text{em }(0,\alpha)}$$

$$\underbrace{P(\alpha)}_{\text{em }(0,\alpha)}$$

5) 

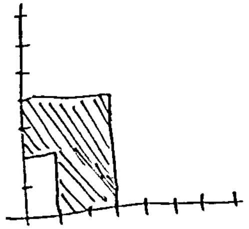
$B = [1,3]$

$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

5') 

$B = \{1, 1.25, 1.5, 1.75, \ldots, 3\}$

$C = \{(x, f(x)) \mid x \in B\}$

$C' =$ 

C2 15/junho/2022

Hoje: duas propriedades da integral; alguns exercícios de calcular integrais no olhômetro.

$$\frac{d}{dx}\left(k\, f(x)\right) = k \frac{d}{dx} f(x)$$

$$\int_{x=a}^{x=b} k\, f(x)\,dx = k \int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$$

Exemplos: Área( ) = $\frac{2}{3}$ Área( ) $= \frac{2}{3}\cdot 16 = 32/3$

$f(x) = 4x - x^2$

$$\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx = 32/3$$

$$k=\frac{1}{2} \Rightarrow \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} \frac{1}{2} f(x)\,dx}_{\text{Área}( )} = \frac{1}{2} \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx}_{\text{Área}( )}$$

...isso também vale pra $k<0$!

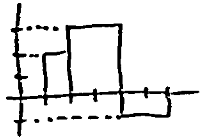
$$k=-1 \Rightarrow \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} -1\, f(x)\,dx}_{\text{Área}( )} = -1 \underbrace{\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx}_{\text{Área}( )}$$

Truque pra interpretar integrais com "limites de integração na ordem errada"...

$$\int_{x=\beta}^{x=\alpha} f(x)\,dx = -\int_{x=\alpha}^{x=\beta} f(x)\,dx$$

Mais uma propriedade: Se $\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$ "é um retângulo" então $\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx$ é a área desse retângulo (com sinal).

Exemplos: Se $f(x) =$



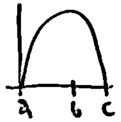
então:

$$\int_{x=1}^{x=2} f(x)\,dx = 2\cdot(2-1),$$
$$\int_{x=3}^{x=4} f(x)\,dx = 3\cdot(4-3),$$
$$\int_{x=4}^{x=6} f(x)\,dx = -1\cdot(6-4).$$

2ª propriedade:

$$\int_{x=a}^{x=b} f(x)\,dx + \int_{x=b}^{x=c} f(x)\,dx = \int_{x=a}^{x=c} f(x)\,dx \qquad (☆)$$

Exemplo simples:



Área( ) + Área( ) = Área( )

Exemplo estranho:

$$(☆)\begin{bmatrix} a:=0 \\ b:=4 \\ c:=3 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx + \int_{x=4}^{x=3} f(x)\,dx = \int_{x=0}^{x=3} f(x)\,dx\right) = \left(\int_{x=0}^{x=4} f(x)\,dx - \int_{x=3}^{x=4} f(x)\,dx = \int_{x=0}^{x=3} f(x)\,dx\right)$$

?

Exercício 1

Seja $f(x)$ a função acima. Calcule:

a) $\int_{x=1.5}^{x=2} f(x)\,dx$

b) $\int_{x=2}^{x=4} f(x)\,dx$

c) $\int_{x=1.5}^{x=4} f(x)\,dx$

d) $\int_{x=1.5}^{x=6} f(x)\,dx$.

Exercício 2

Seja $f(x)$ a função acima, e seja:

$$F(b) = \int_{x=2}^{x=b} f(x)\,dx.$$

Calcule $F(2)$, $F(2.5)$, $F(3)$, $F(3.5)$, ..., $F(6)$, $F(1.5)$, $F(1)$, $F(0.5)$, $F(0)$.

Este exercício é parecido com o MT3 do semestre passado. Veja o Telegram!

C2 15/JUNHO/2022

EXERCÍCIO 3

NO EXERCÍCIO 2 VOCÊ OBTEVE ALGUNS VALORES DA FUNÇÃO $F(x)$, MAS NÃO TODOS...

POR EXEMPLO, VOCÊ AINDA NÃO CALCULOU $F(2.1)$.

FAÇA UM GRÁFICO COM OS PONTOS $(x, F(x))$ QUE VOCÊ JÁ CALCULOU, E DISCUTA COM OS SEUS COLEGAS PRA TENTAR DESCOBRIR O JEITO CERTO DE LIGÁ-LOS.

EXERCÍCIO 4

FAÇA O GRÁFICO DA FUNÇÃO $\frac{d}{dx} G(x)$, ONDE ESSA $G(x)$ É A FUNÇÃO DO MT3.

OBS: ELA NÃO É DERIVÁVEL EM TODO PONTO!

$\boxed{C2 \quad 22/\text{JUNHO}/2022}$

TURMA E1 - TARDE

HOJE: PREPARAÇÃO PRO MINI-TESTE!

$$G(x) = \int_{t=3.5}^{t=x} f(t)\,dt$$

$$G(8.5) = \int_{t=3.5}^{t=8.5} f(t)\,dt$$

$(2, F(2))$

$(x, F(x))\ [x := 2]$

$= (2, F(2)) = (2,0)$

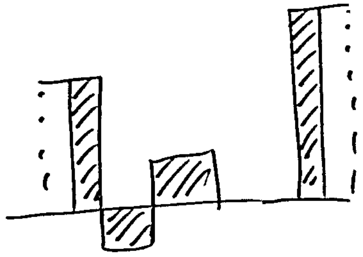
DICA: $C = \{(0,F(0)), (0.5, F(0.5)), \ldots, (6, F(6))\}$

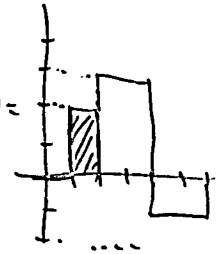
$F(0) = -2$

$$F(\beta) = \int_{x=2}^{x=\beta} f(x)\,dx$$

$$F(0) = \int_{x=2}^{x=0} f(x)\,dx$$

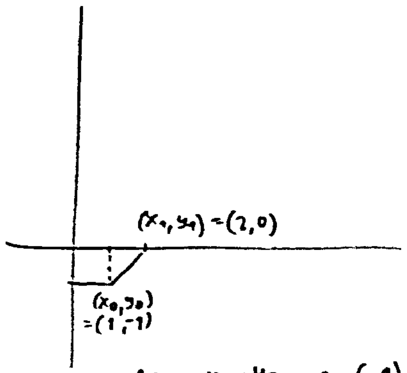
$$= -\int_{x=0}^{x=2} f(x)\,dx = -2$$



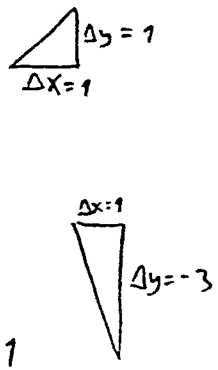
$f(x) =$ 

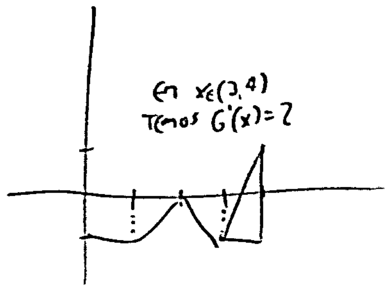
$$F(4) = \int_{x=2}^{x=4} f(x)\,dx = 6$$

$$\int_{x=2}^{x=6} f(x)\,dx = \underbrace{\int_{x=2}^{x=4} f(x)\,dx}_{6} + \underbrace{\int_{x=4}^{x=6} f(x)\,dx}_{-2} = 4$$



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{0-(-1)}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$$





$\boxed{\text{C2 } 23/\text{Junho}/2022}$

TURMA E1

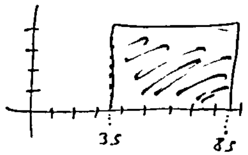
HOJE:

ATÉ ÀS 15:30: EXERCÍCIOS E DÚVIDAS

15:30 - 15:50: MINI-TESTE.

$$G(8.5) = \cancel{\int_{t=3.5}^{t=8.5} f(t)\,dt} = \int_{t=3.5}^{t=8.5} 4\,dt$$

$=$

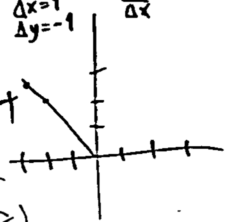


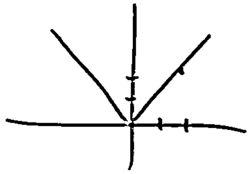
NO MTB:

$$G(x) = \int_{t=3.5}^{t=x} f(t)\,dt \quad (*)$$

$$(*)[x:=8.5]: \quad G(8.5) = \int_{t=3.5}^{t=8.5} f(t)\,dx$$

$$G(8.5) = \underbrace{\underbrace{\underbrace{\int_{t=3.5}^{t=4} f(t)\,dt}_{2(4-3.5)}}_{2\cdot 0.5=1} + \underbrace{\underbrace{\int_{t=4}^{t=5} f(t)\,dt}_{-1(5-4)}}_{-1} + \underbrace{\int_{t=5}^{t=6} f(t)\,dt}_{1} + \underbrace{\int_{t=6}^{t=8} f(t)\,dt}_{0} + \underbrace{\underbrace{\int_{t=8}^{t=8.5} f(t)\,dt}_{4(8.5-8)}}_{4\cdot 0.5=2}}_{3}$$





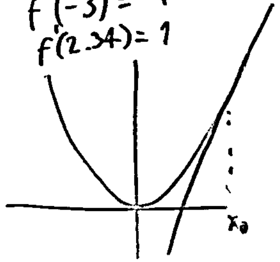
$f(x) = |x|$

$f'(2) = 1$ $\quad f'(-99) = -1$

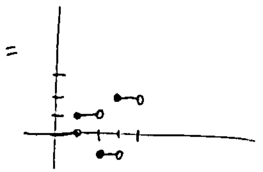
$f'(-3) = -1$

$f'(2.34) = 1$

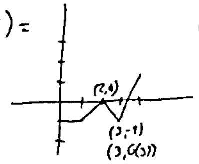
$f'(0)$ não existe



$f(x) =$



$G(x) =$

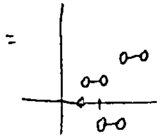


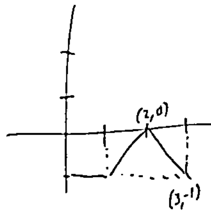
$G'(2)$

$\lim_{x\to 2^+} h(x) \neq \lim_{x\to 2^-} h(x)$

$\lim_{x\to 2} h(x)$ não existe

$G'(x) =$





$\Delta x = 1$

$\Delta y = -1$

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = -1$

C2 29/JUNHO/2022

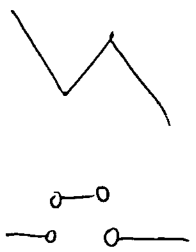
TURMA E1

HOJE: COMO DEBUGAR EXERCÍCIOS PARECIDOS COM O DO MINI TESTE USANDO UM JOGO PARECIDO COM O JOGO DAS REPRESENTAÇÕES GRÁFICAS DE CONJUNTOS 2D!

AQUI O OPONENTE (O JOGADOR 0) VAI DIZER COISAS TIPO "VERIFICA F(3)"

$\underbrace{f(1.234562)}$

f(10) NÃO EXISTA, OU: NÃO ESTÁ DEFINIDA



$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$$

$$F(\underbrace{-1}_{x}) = \left\{ \underbrace{\underbrace{\alpha}_{4} + \underbrace{\int_{t=\underbrace{\beta}_{-1}}^{t=\underbrace{x}_{-1}} f(t)\,dt}_{0}}_{4} \right.$$

$$4 - \overbrace{\int_{t=-5}^{t=-1} f(t)\,dt}^{?}$$

JOGADOR 0: "CONFERE F(2.5)"

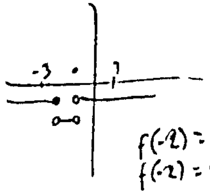
- CONFERE F(0.1) F(0.5)
- CONFERE F(-0.1) F(-0.5)

F(0.001)

F(-0.001)

F

$$\int_{t=1}^{t=3} f(t)\,dt = \underbrace{\int_{t=1}^{t=2} f(t)\,dt}_{2} + \int_{t=2}^{t=3} f(t)\,dt$$



$f(-2) = -2$

$f(-2) = -1$

C2 30/JUN/2022

TURMA E1

HOJE: DÊEM UMA OLHADA NO PDF SOBRE A DERIVADA DA FUNÇÃO INVERSA! VAMOS PASSAR BOA PARTE DA AULA TRABALHANDO NA "DEMONSTRAÇÃO COMPLICADA" DA PÁGINA 4 DELE.

O: PORQUE $\overset{(2)}{=}$?

P: PELA [DFI]

O: QUAL CASO PARTICULAR DA [DFI]?

P: $[DFI]\begin{bmatrix} f(x):=e^x \\ f'(x):=e^x \\ g(x):=\ln x \\ g'(x):=\ln' x \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \text{SE} & e^{\ln x}=x \\ \text{ENTÃO} & \vdots \\ & \ln' x = \frac{1}{e^{\ln x}} \end{pmatrix}$

ATÉ 15:15:

FAÇAM OS ITENS a e b DO EXERCÍCIO 1 DO PDF NOVO!

DEPOIS: UM JOGO SOBRE A "DEMONSTRAÇÃO COMPLICADA"!

O: PORQUE $\overset{(4)}{=}$?

P: POR $\exp(\ln(x))=x$, PORTANTO $1/\exp(\ln(x)) = 1/x$

EXERCÍCIOS:

a) JUSTIFIQUE ~~A IGUALDADE~~ $\overset{(1)}{=}$.

OBS: AQUI VOCÊ PODE RESPONDER COM O NOME DE UMA FÓRMULA BEM CONHECIDA.

b) JUSTIFIQUE $\overset{(6)}{=}$.

c) JUSTIFIQUE $\overset{(7)}{=}$.

d) JUSTIFIQUE $\overset{(12)}{=}$.

$f(y):=y^2$

$(\sqrt{x})^2$

$[S1] = \begin{bmatrix} f(x):=e^x \\ f'(x):=e^x \\ g(x):=\ln x \\ g'(x):=\ln' x \end{bmatrix}$

$\begin{pmatrix} \text{SE} & f(g(x))=x \\ \text{ENTÃO} & \dots \end{pmatrix}[S1] =$

$(f(g(x)))[S1] =$

$e^{\ln x}$

$\begin{pmatrix} \text{SE} & e^{\ln x}=x \\ \text{ENTÃO} & \dots \end{pmatrix}$

C3 6/jun/2022

Hoje vamos usar um pouco o texto "Algumas técnicas de integração". Eu vou apresentar ele todo.

Comecem olhando as fórmulas da página 9 e façam o exercício 1 da página 5.

Abreviações:

[ATIs]: "Algumas técnicas de integração"

[TFCs]: "Os dois TFCs".

O exercício 1 do [ATIs] pede pra vocês calcularem os exercícios 1(?) e ? do [TFCs]. Nós faça o 2'.

Eu vou fazer esse aqui.

$$[TFC2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} F'(x)\,dx = F(x)\Big|_{x=a}^{x=b} \right)$$

$$[TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := 2x^2 - \frac{x^3}{3} \\ F'(x) := 4x - x^2 \\ a := 0 \\ b := 2 \end{bmatrix} = ?$$

Depois que vocês terminarem o exercício 1 da [ATIs] façam as páginas do [ATIs] que agora são as páginas 13 até 15. 13: "Uma revisão de regra da cadeia"

$$[TFC2]\begin{bmatrix} F(x) := \\ F'(x) := \cos x \\ a := 0 \\ b := \pi/2 \end{bmatrix} = \left(\int_{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx = (\operatorname{sen} x)\Big|_{x=0}^{x=\frac{\pi}{2}} \right)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Se } f(g(x)) = x \\ \text{então } g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \end{array} \right) \begin{bmatrix} f(x) := \\ f'(x) := \\ g(x) := \\ g'(x) := \end{bmatrix} =$$

5 · 213

$$[RC] = \left(\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x) \right)$$

$$[RC]\begin{bmatrix} f(x) := \\ f'(x) := \\ g(x) := \\ g'(x) := \end{bmatrix} =$$

$$(\quad)[\quad] = (\quad)$$

Hipótese 2:

$$[RM] = \left(\frac{d}{dx} \begin{cases} f(x) & \text{quando } P(x) \\ g(x) & \text{quando } Q(x) \end{cases} = \right)$$

$$[RM]\begin{bmatrix} f(x) := x^2 \\ f'(x) := 2x \end{bmatrix} = (\quad . \quad)$$

C2 7/JULHO/2021
TURMA E1

$\mathrm{expr}_1 = \mathrm{expr}_2$
$= \mathrm{expr}_3$
$= \mathrm{expr}_4$

$\mathrm{expr}_1 = \mathrm{expr}_5$

$\mathrm{expr}_2 = \mathrm{expr}_1$
$\mathrm{expr}_4 = \mathrm{expr}_5$

$[MV_1]\begin{bmatrix} f(x) := F(x) \\ f'(x) := f(x) \end{bmatrix}$

ENCONTRE $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
TAL QUE $f'(x) = 3x^2$
SOLUÇÃO: $f(x) = x^3$
$f(x) = x^3 + 200$

SPOILER:
FAÇAM ISSO AQUI
PRA SE PREPARAREM
PRO MINI-TESTE:

ABRAM O MIRANDA
NA PÁGINA 190,
E TENTEM JUSTIFICAR
O PRIMEIRO PASSO
DO EXEMPLO 2 –
USANDO [MV1], QUE USA
INTEGRAL DEFINIDA, E COM
LIMITES
DE INTEGRAÇÃO
$\int_{x=2}^{x=6} \ldots \, dx$.

$f'(x) = \tan x$

OU USE [MV3]
AO INVÉS DE [MV1]!

$[MV1][\ ?\ ] = ?$

$[MV_1]\left[\dfrac{(3x+2)^7}{7}\right] =$

$[MV_1]\begin{bmatrix} f(x) := x^6 \\ f'(x) := 42 \\ g(x) := 99 \\ g'(x) := 200 \end{bmatrix}$

$[RM] = \left(\dfrac{d}{dx} \begin{cases} f(x) & \text{quando } P(x) \\ g(x) & \text{quando } Q(x) \end{cases} = ? \right)$

HIPÓTESE 1:
$[RM] = \left(\dfrac{d}{dx} \begin{cases} f(x) & \text{quando } P(x) \\ g(x) & \text{quando } Q(x) \end{cases} = 42 \right)$

$[RM]\begin{bmatrix} f(x) = \operatorname{sen} x \\ g(x) = e^x \end{bmatrix} = \left(\dfrac{d}{dx} \begin{cases} \operatorname{sen} x & \text{quando } P(x) \\ e^x & \text{quando } Q(x) \end{cases} = 42 \right)$

$\left(f'(u)\right)\begin{bmatrix} f'(x) := x^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \\ u := g(x) \end{bmatrix} = (3x+1)^6$

$\begin{bmatrix} f(g(x)) := \ldots \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} f(x) := \ldots \\ g(x) := \ldots \end{bmatrix}$

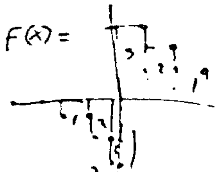
C2 [illegible] 2022
Turma C?

O que eu sei sobre a P2.

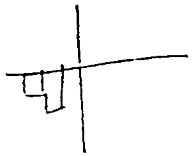
Vai cair muito o "justifique esse passo" e vai cair um pouco de encontrar primitivas de funções escada.

O QUE VAI CAIR NA P2:
ALGUMAS COISAS SIMPLES QUE A GENTE VAI VER HOJE..

$F(x) =$



$\int_{x=-1}^{x=-3} f(x)\,dx = 3 \qquad \int_{t=-1}^{t=x} f(t)\,dt$



$$[MV_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x)\,dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u)\,du \right)$$

$$[S2] = \begin{bmatrix} f(\theta) := f(\theta) \\ f'(\theta) := \theta^5 \\ g(\theta) := \operatorname{sen}(4\theta) \\ g'(\theta) := \cos(4\theta) \end{bmatrix}$$

$$[MV_2][S2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} (\operatorname{sen} 4x)^5 \cdot \cos 4x \, dx = \right.$$

$$\int f'(x)g(x)\,dx \overset{(1)}{=} f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,dx$$

$$\int \left(\tfrac{d}{dx}e^x\right) x\,dx \overset{(2)}{=} e^x \cdot x - \int e^x \cdot \left(\tfrac{d}{dx}x\right) dx$$

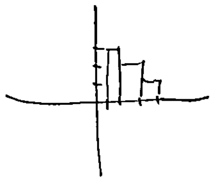
$$\overset{(3)}{=} e^x \cdot x - \int e^x\,dx$$

$$\overset{(4)}{=} e^x \cdot x - e^x$$

$$\int x e^x\,dx \overset{(5)}{=} x e^x - e^x$$

$[IP] = ($

$[IP][\quad] =$



$$[S'] = \begin{bmatrix} f'(x) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \end{bmatrix}$$

$f'(u) = u^6$

$$[MV_2][S'] = \left(\int_{x=a}^{x=b} u^6 \cdot 3 \cdot dx = \int_{x=3 \cdot a+1}^{u=3 \cdot b+1} u^6 \cdot du \right)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} f'(u) := u \\ \end{bmatrix}$$

$[DG]\,[S1]$

$(f(g(x)))\,[S1] =$

GOSTARÍAMOS DE TER ISTO AQUI:

$(f(g(x)))\,[S1] = (\tan x)^2$

$[MV_2][S12] = \left(\int \quad d = \int \_\, d \right)$

TEMOS

$(f(g(x)))\,[S1] =$

$\int_{x=1}^{x=2} f(x)\,dx = 2$

$\int_{x=1}^{x=3} f(x)\,dx = 3$

$\int_{x=1}^{x=4} f(x)\,dx = 3$

$\int_{x=1}^{x=1} f(x)\,dx = 0$

$$\int_{x=1}^{x=0.5} f(x)\,dx = -\int_{x=0.5}^{x=1} f(x)\,dx$$

$$= -\underbrace{\left(3\,\underbrace{(1-0.5)}_{0.5}\right)}_{\underbrace{1.5}_{-1.5}}$$

$F(0.5) = -1.5 \qquad F(1) = 0$

F

$(a)\,[a := 2a]$

$2a$

$2 \cdot 2a$

$2 \cdot 2 \cdot 2a$

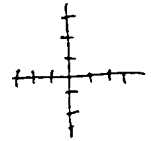
QUEREMOS ENCONTRAR SOLUÇÕES DE:

$x + 2 = 5$

VAMOS TENTAR $x = 4$:

$(x+2=5)[x := 4] = (4+2=5)$

$F(x) =$



C2 13/julho/2022
Turma C1

O QUE EU SEI SOBRE A P1:

VAI CAIR MUITO O "JUSTIFIQUE ESSE PASSO," E VAI CAIR UM POUCO DE ENCONTRAR PRIMITIVAS DE FUNÇÕES ESCADA.

O QUE VAI CAIR NA P2:

ALGUMAS COISAS SIMPLES QUE A GENTE VAI VER HOJE..

$$[MV_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))g'(x)\,dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u)\,du \right)$$

$$[S2] = \begin{bmatrix} f(\theta) := f(\theta) \\ f'(\theta) := \theta^5 \\ g(\theta) := \operatorname{sen}(4\theta) \\ g'(\theta) := \cos(4\theta) \end{bmatrix}$$

$$[S'] = \begin{bmatrix} f'(x) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \end{bmatrix}$$

$f'(42) = u^6$

$$[MV_2][S'] = \left(\int_{x=a}^{x=b} u^6 \cdot 3\,dx = \int_{x=3\cdot a+1}^{u=3\cdot b+1} u^6\,du \right)$$

$$[J] = \begin{bmatrix} f'(u) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \\ dx := \frac{du}{3} \end{bmatrix}$$

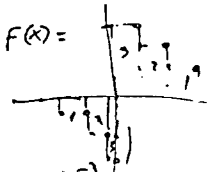
$[DG]\ [S1]$

QUEREMOS ENCONTRAR SOLUÇÕES DE:

$x+2=5$

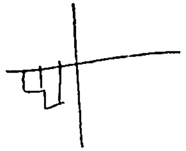
VAMOS CHUTAR $x=4$:

$(x+2=5)[x:=4] = (4+2=5)$



$F(x) =$

$$\int_{x=-1}^{x=3} f(x)\,dx = 3 \qquad \int_{t=-1}^{t=x} f(x)\,dx$$



$$\int f'(x)g(x)\,dx \overset{(1)}{=} f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)\,dx$$

$$\int \left(\tfrac{d}{dx}e^x\right) x\,dx \overset{(2)}{=} e^x \cdot x - \int e^x \cdot \left(\tfrac{d}{dx}x\right)dx$$

$$\overset{(3)}{=} e^x \cdot x - \int e^x\,dx$$

$$\overset{(4)}{=} e^x \cdot x - e^x$$

$$\int x e^x\,dx \overset{(5)}{=} x e^x - e^x$$

$[IP] = ($

$[IP][\ \ ] =$

2 3 200

$\}\ \ ]$

$$\int \underbrace{(3x+1)}_{u}{}^6 \cdot \underbrace{3}_{g'(x)}\,dx = \int \underbrace{u^6}_{f(u)}\,du$$

$\underbrace{\qquad}_{f'(g(x))}$

$u = 3+1$

$\frac{du}{dx} = 3$

$du = 3x$

$u = u(x) = g(x)$

$\frac{du}{dx} = \frac{d}{dx}g(x) = g'(x)$

$$[S9] = \begin{bmatrix} f'(u) := u^6 \\ g(x) := 3x+1 \\ g'(x) := 3 \end{bmatrix}$$

$$[MV_2][S9] = \left(\int_{x=a}^{x=b} (3x+1)^6\, 3\,dx = \int_{u=3a+1}^{u=3b+1} u^6\,du \right)$$

$(f'(g(x)))[S9] =$

$(g(x)^6)[S9] =$

$((g(x))[S9]^6) =$

$(3x+1)^6$

GOSTARÍAMOS DE TER ISTO AQUI:

$(f(g(x))[S1] = (\tan x)^2$

ENTÃO

$(f(g(x))[S1] =$

$F(0.5) = -2.5\quad F(1) = 0$

F

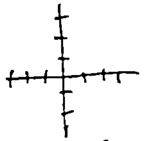
$(a)[a := 2a]$

$2a$

$2 \cdot 2a$

$2 \cdot 2 \cdot 2a$

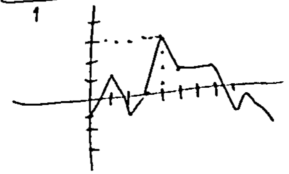
$F(x) =$



$$F(0) = \int_{x=3}^{x=0} f(x)\,dx = \int_{x=3}^{x=2} f(x)\,dx + \int_{x=2}^{x=1} f(x)\,dx + \int_{x=1}^{x=0} f(x)\,dx$$

$$\underbrace{-\int_{x=2}^{x=3} f(x)\,dx}_{-1}$$

1



C2 14/JUL/2022

TURMA E1

A PROVA ESTÁ COM UNS ERROS DE DIGITAÇÃO E SEM ALGUMAS FÓRMULAS! VOU PÔR NO QUADRO.

A PONTUAÇÃO CERTA DAS QUESTÕES 1 E 2 É:

1) a) 2.0
   b) 3.0

2) a) 2.0

3) TOTAL 3.0

$$[\mathrm{MV}_2] = \left(\int_{x=a}^{x=b} f'(g(x))\,g'(x)\,dx = \int_{u=g(a)}^{u=g(b)} f'(u)\,du \right)$$

$$[\mathrm{RC}] = \left(\frac{\partial}{\partial x} f(g(x)) = f'(g(x))\,g'(x) \right)$$

$g(x) := 3+)$

[MV2][S1] =