Cálculo 2
PURO-UFF - 2010.1
Exercícios
7/abril/2010

(1) Calcule arcsen s para $s=0$, $s=\pm\frac{1}{2}$, $s=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$, $s=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$, $s=\pm 1$, e calcule cos arcsen s para cada um destes valores de s.

(2) Mostre que $\cos \operatorname{arcsen} s = \sqrt{1-s^2}$ para todo s em $[-1,1]$.

(3) Calcule as integrais abaixo.
(Sempre verifique as suas respostas!)

a) $\int \frac{1}{(2x+3)^4}\,dx$

b) $\int \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x-1}\,dx$

c) $\int \frac{x^2+3x}{(x+1)^2(x-1)}\,dx$

Tente aplicar o método de Heaviside ao item c acima. O que acontece?

(4) Mostre que:

a) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-9x^2}}\,dx = \frac{1}{27}\int \frac{u}{\sqrt{1-u^2}}\,du$

Repare que a substituição não está indicada. Quem é u? Complete todos os detalhes.

b) $\int \frac{x}{\sqrt{25+x^2}}\,dx = k\int \frac{w}{\sqrt{1+w^2}}\,du$

(Aqui você também vai ter que determinar o valor de k).

(5) Vimos que a substituição que nos livra do $\sqrt{1-s^2}$ em

$$\int \sqrt{1-s^2}\, s^3\, ds$$

O $\sqrt{1-s^2}$ é a "parte malvada" do integrando $\sqrt{1-s^2}\,s^3$.

é:

$$\begin{bmatrix} s = \operatorname{sen}\theta \\ \sqrt{1-s^2} = \cos\theta \\ ds = \cos\theta\, d\theta \end{bmatrix}$$

Aprenda a fazer os seus próprios "bloquinhos de substituições", e faça os que começam com:

a) $t = \tan\theta$
b) $z = \sec\theta$

(6) Use as idéias do exercício (4) para simplificar cada integral dos problemas 1-18 da p. 546 do livro. Você deve chegar a "versões simplificadas" nas quais a "parte malvada" do integrando $\underbrace{\text{é}}_{\text{sempre}}$ de uma destas três formas:

$\sqrt{1-s^2}$, $\sqrt{1+t^2}$ ou $\sqrt{z^2-1}$.

(7) Tente resolver as "versões" simplificadas" que você obteve no exercício (6).

(8) Calcule $\int_{x=a}^{x=b} \sqrt{1-x^2}\,dx$.

Se você conseguiu resolver o exercício (2) você deve ser capaz de simplificar as expressões com arcsen que você vai obter.

Outros exercícios recomendados
(Todos do Thomas/Finney/Weir/Giordano):

p.54,	23-26	(funções trigonométricas inversas)
p.55,	39	($\operatorname{sen} x \approx x$)
p.355,	27	(aditividade de integrais)
p.365,	33-36	(área)
p.375,	19-24	(área)
p.546,	1-18	(substituição trigonométrica)