GEOMETRIA ANALÍTICA
PURO/UFF - 2011.1
PROF: EDUARDO OCHS
SEGUNDA PROVA ("P2")
7/JULHO/2011

(1) SEJAM
$r = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x+y=4\}$
E $C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-3)^2+(y-2)^2=4\}$.

(a) ENCONTRE QUATRO PONTOS DE C E REPRESENTE r E C GRAFICAMENTE. — 0,5 PONTOS

(b) ENCONTRE UM MODO ALGÉBRICO DE CALCULAR A REFLEXÃO DE QUALQUER PONTO (x,y) POR r. — 2,0 PONTOS

(c) SEJA C' A REFLEXÃO DE C POR r. CALCULE C', REPRESENTE-O GRAFICAMENTE E DÊ UMA DESCRIÇÃO ALGÉBRICA DE C'. — 2,0 PONTOS

(2) SEJAM
$A = (1,1,2)$
$B = (3,5,1)$
$C = (5,4,2)$.

SE $S \subset \mathbb{R}^3$ É UM CONJUNTO, A "PROJEÇÃO DE S NA ÉPURA", S_{EP}, É DEFINIDA DESTA FORMA:

$$S_{EP} = \{(x,y) \mid (x,y,z) \in S\} \cup \{(-z,y) \mid (x,y,z) \in S\} \cup \{(-z,-x) \mid (x,y,z) \in S\}$$

(a) CALCULE E REPRESENTE GRAFICAMENTE O CONJUNTO $\{A,B,C\}_{EP}$. — 1,0 PONTOS

(b) O TRIÂNGULO ABC É RETÂNGULO? JUSTIFIQUE. — 0,5 PTS

(c) O TRIÂNGULO ABC É DEGENERADO? JUSTIFIQUE. — 0,5 PTS

(d) REPRESENTE GRAFICAMENTE $\{A + t\overrightarrow{AB} \mid t \in [0, \frac{1}{2}]\}_{EP}$. — 1,5 PTS

(3) SEJAM
$A = (2,1)$,
$\vec{v} = \overrightarrow{(1,0)}$,
$\vec{w} = \overrightarrow{(-1,1)}$,
$\vec{v}' = \overrightarrow{(2,-2)}$,
$\vec{w}' = \overrightarrow{(1,0)}$,

E PARA QUALQUER $k \in \mathbb{R}$,
$H_k = \{A + t\vec{v} + u\vec{w} \mid t,u \in \mathbb{R} \text{ e } tu = k\}$,
$H'_k = \{A + t'\vec{v}' + u'\vec{w}' \mid t',u' \in \mathbb{R} \text{ e } t'u' = k\}$.

(a) REPRESENTE GRAFICAMENTE H_0, H_1, H'_0, H'_1. — 1,5 PONTOS

(b) ENCONTRE ALGUM PAR DE VALORES $k, k' \in \mathbb{R}$, AMBOS DIFERENTES DE 0, TAIS QUE H_k E $H'_{k'}$ TENHAM UM PONTO EM COMUM. — 1,0 PONTOS

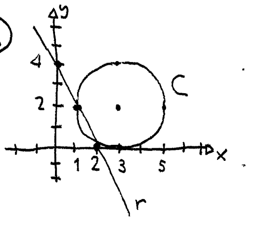
(c) PROVE QUE $H_k = H'_{k'}$. — 2,0 PONTOS

A PROVA VALE MAIS DE 10 PONTOS, ENTÃO A CORREÇÃO PODE SER BEM EXIGENTE. CAPRICHE!
BOA PROVA!

GEOMETRIA ANALÍTICA
PURO/UFF - 2011.1
PROF: EDUARDO OCHS
SEGUNDA PROVA ("P2")
7/JULHO/2011

MINI-GABARITO

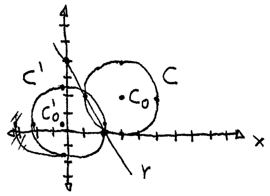
(1a)



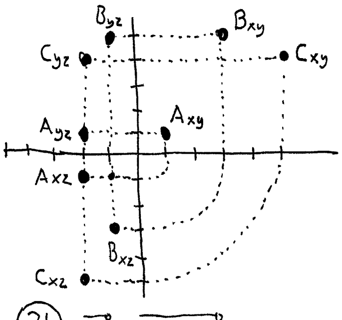
$(3,4) \in C$
$(1,2) \in C$
$(5,2) \in C$
$(3,0) \in C$

(1b) $\mathrm{Refl}_r(x,y) = \left(\frac{16-3x-4y}{5}, \frac{8-4x+3y}{5}\right)$

(1c) VAMOS CHAMAR DE C_0 O CENTRO DO CÍRCULO C; $C_0 = (3,2)$.
SEJA $C_0' = \mathrm{Refl}_r(C_0) = (-\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$.
ENTÃO
$C' = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x+\frac{1}{5})^2 + (y-\frac{2}{5})^2 = 4\}$.
GRAFICAMENTE:



(2a) $\{(1,1,2), (3,5,1), (5,4,2)\}_{EP} =$
$\{(1,1), (-2,1), (-2,-1),$
$(3,5), (-1,5), (-1,-3),$
$(5,4), (-2,4), (-2,-5)\}$



(2b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{(2,4,-1)}$
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{(4,3,0)}$
$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{(2,-1,1)}$

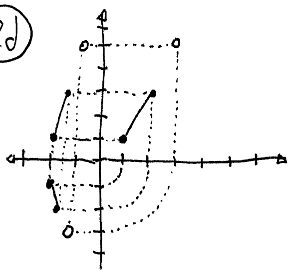
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 20$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$
$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = -4$

NENHUM DOS TRÊS ANGULOS DO TRIÂNGULO ABC É RETO.

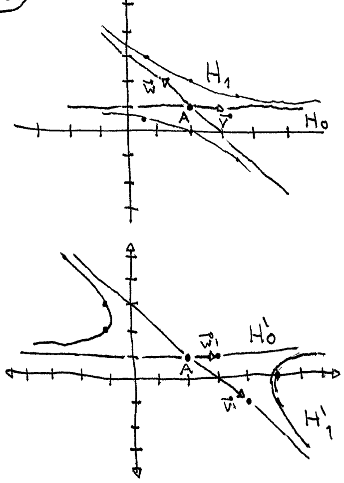
(2c) $\sqrt{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}} = \sqrt{21}$
$\sqrt{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}} = 5$
$\sqrt{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BC}} = \sqrt{6}$

SE O TRIÂNGULO ABC FOSSE DEGENERADO ALGUM DOS SEUS LADOS TERIA COMPRIMENTO IGUAL À SOMA DOS OUTROS DOIS.

(2d)



(3a)



(3b) $A + \vec{v}' + \vec{w}' = A + \vec{v} - 2\vec{w}$
PERTENCE A H_1' E A H_{-2}.