

GEOMETRIA ANALÍTICA
PURQ/UFF - 2011.1

LISTA DE EXERCÍCIOS SOBRE
MUDANÇA DE SISTEMA DE
COORDENADAS

PROF: EDUARDO OCHS
9/JUNHO/2011

EM TODOS OS EXERCÍCIOS DESTA
LISTA VAMOS TER (PELO MENOS) UMA
MUDANÇA DE COORDENADAS E
(PELO MENOS) UM CONJUNTO.

A NOSSA PRIMEIRA MUDANÇA DE
COORDENADAS VAI SER:

$$(x', y') = (x+2, y+1)$$

OU, COMO DUAS EQUAÇÕES SEPARADAS:

$$x' = x+2$$

$$y' = y+1$$

VAMOS USÁ-LA PARA TRANSFORMAR
PONTOS "COM COORDENADAS x, y " EM
PONTOS "COM COORDENADAS x', y' ".

EXEMPLO:

SE $A = (3, 4)$

ENTÃO NO PONTO A TEMOS

$$x = 3,$$

$$y = 4.$$

PELAS EQUAÇÕES $x' = x+2$

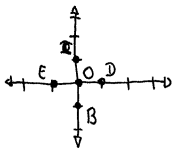
$$\text{E } y' = y+1,$$

TEMOS $x' = 3+2 = 5$

$$y' = 4+1 = 5$$

E VAMOS CRIAR UM PONTO A' -
A "IMAGEM DE A PELA MUDANÇA DE
COORDENADAS" - CUJAS COORDENADAS
VÃO SER x', y' .

- ① SEJAM O, C, B, E, D ("ORIGEM", "CIMA",
"BAIXO", "ESQUERDA", "DIREITA") OS
SEGUINTE PONTOS:



PARA CADA UM DESTES PONTOS CALCULE
A SUA IMAGEM PELA MUDANÇA DE
COORDENADAS, E REPRESENTE O
CONJUNTO $\{O', C', B', E', D'\}$ GRAFICAMENTE.

- ② SEJA $r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y=1\}$.
ESCOLHA TRÊS PONTOS DIFERENTES
DE r , CHAME-OS DE A, B, C ,
CALCULE A', B', C' E VEJA SE
 A', B', C' ESTÃO NUMA MESMA RETA.

- ③ NA PROVA TÍNHAMOS UMA PARÁBOLA
COM UMA EQUAÇÃO COMPLICADA:

$$P = \{(t^2/4, t+2) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

VAMOS DEFINIR:

$$P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$t \mapsto (t^2/4, t+2)$$

CALCULE $P(-2), P(-1), P(0), P(1), P(2),$
 $P'(-2), P'(-1), P'(0), P'(1), P'(2),$

$$P(\{-2, -1, 0, 1, 2\}),$$

$$P'(\{-2, -1, 0, 1, 2\}),$$

E ESBOCE $P(\mathbb{R})$ E $P'(\mathbb{R})$.

A MUDANÇA DE COORDENADAS $(x', y') = (x+2, y+1)$
É UMA TRANSLAÇÃO. ELA LEVA RETAS EM RETAS,
CÍRCULOS EM CÍRCULOS, PARÁBOLAS EM PARÁBOLAS,
ETC. E ELA PRESERVA DISTÂNCIAS E ÂNGULOS.

E AS MUDANÇAS DE COORDENADAS

$$(x'', y'') = (2x, \frac{y}{4})$$

$$\text{E } (x''', y''') = (x, x+y)?$$

AS AFIRMATIVAS ABAIXO SÃO VERDADEIRAS
OU FALSAS? JUSTIFIQUE.

- ④ SE $C \in \mathbb{R}^2$ É UM CÍRCULO ENTÃO
 C'' É UM CÍRCULO.

- ⑤ SE $C \in \mathbb{R}^2$ É UM CÍRCULO ENTÃO
 C''' É UM CÍRCULO.

- ⑥ SE Q É UMA PARÁBOLA ENTÃO
 Q'' É UMA PARÁBOLA.

- ⑦ SE Q É UMA PARÁBOLA ENTÃO
 Q''' É UMA PARÁBOLA.

DICA: COMECE COM UMA PARÁBOLA Q
ESPECÍFICA. CALCULE ALGUNS PONTOS DE
 Q''' E O SEU EIXO DE SIMETRIA.