

MINI-TESTE DE
 GEOMETRIA ANALÍTICA
 (PREPARAÇÃO PARA A P2)
 6/JULHO/2011
 PUCRIO/UFF
 PROF: EDUARDO OCHS

① SEJAM $A = (1, 2, 3)$,
 $\vec{v} = (0, 1, 1)$,
 $\vec{w} = (1, 2, -1)$,

E α O PLANO

$$\alpha = \{A + t\vec{v} + u\vec{w} \mid t, u \in \mathbb{R}\}.$$

SE O PONTO $(\alpha, 3, 5)$ PERTENCE A α ,
 QUAL É O VALOR DE α ?

② REPRESENTAR GRAFICAMENTE AS
 HIPÉRBOLAS:

$$H_1 = \{A + t\vec{v} + u\vec{w} \mid t, u \in \mathbb{R} \text{ E } tu = 1\},$$

$$H_2 = \{A + t\vec{v} + u\vec{w} \mid t, u \in \mathbb{R} \text{ E } tu = 2\},$$

$$H_0 = \{A + t\vec{v} + u\vec{w} \mid t, u \in \mathbb{R} \text{ E } tu = 0\}$$

(OBS: H_0 É DEGENERADA),

ONDE:

$$A = (0, 0)$$

$$\vec{v} = (1, 0)$$

$$\vec{w} = (0, 1)$$

③ FAÇA O MESMO QUE NO EXERCÍCIO
 ANTERIOR, MAS AGORA COM ESTES
 VALORES PARA A, \vec{v}, \vec{w} :

$$A = (1, 1)$$

$$\vec{v} = (0, 1)$$

$$\vec{w} = (1, 1)$$

④ SEJA $r = \{A + t\vec{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$,

ONDE $A = (2, 2)$

E $\vec{v} = (1, 2)$

(OBS: VAMOS MUDAR A E \vec{v} NA
 PRÓXIMA QUESTÃO).

SEJA \vec{w} UM VETOR PERPENDICULAR A \vec{v} ,
 r' UMA RETA PARALELA A r PASSANDO
 PELA ORIGEM, E s UMA RETA PERPENDICULAR
 A r QUE PASSA PELA ORIGEM.

TODO PONTO $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ É DA FORMA
 $(A + t\vec{v}) + u\vec{w}$ PARA ALGUM VALOR DE
 $t, u \in \mathbb{R}$. ENCONTRE UMA FÓRMULA PARA
 OBTER t E u A PARTIR DE x E y ,
 E DEPOIS ENCONTRE UM MODO ALGÉBRICO
 DE ENCONTRAR:

- O PONTO DE r' MAIS PRÓXIMO DE (x, y) ,
- O PONTO DE r MAIS PRÓXIMO DE (x, y) ,
- A REFLEXÃO DE (x, y) POR r' ,
- A REFLEXÃO DE (x, y) POR r .

NÃO FAÇA AS CONTAS DIRETO - AS
 CHANCES DE VOCE ERRAR FAZENDO ISTO SÃO
 ENORMES. NESTE PROBLEMA SEMPRE
 COMECE PELA DESCRIÇÃO EM PORTUGUÊS
 DO QUE VOCÊ ESTÁ FAZENDO (OU MELHOR:
 PELA DESCRIÇÃO EM PORTUGUÊS DO QUE
 ESTÁ ACONTECENDO "GRAFICAMENTE").

⑤ (BONUS) GENERALIZE O PROBLEMA
 ANTERIOR: AGORA $A \in \mathbb{R}^2$ VAI SER
 UM PONTO QUALQUER E $\vec{v} \in \mathbb{R}^2$
 VAI SER UM VETOR QUALQUER.

⑥ SEJAM $A = (0, 0)$,
 $\vec{v} = (0, 1)$,
 $\vec{w} = (1, 0)$.

MOSTRE QUE AS SEGUINTE PARÁBOLAS
 SÃO IGUAIS:

$$P_1 = \{A + \alpha\vec{v} + \alpha^2\vec{w} \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$$

$$P_2 = \{A + b(2\vec{v}) + b^2(4\vec{w}) \mid b \in \mathbb{R}\}$$

$$P_3 = \{A - 2\vec{v} + 4\vec{w} + c(-2\vec{v} + 8\vec{w}) + c^2(4\vec{w}) \mid c \in \mathbb{R}\}$$

⑦ FAÇA A MESMA COISA QUE NA ⑥,
 MAS AGORA PARA A, \vec{v}, \vec{w} QUALQUER.

⑧ SEJAM $A = (1, 1, 1)$,
 $B = (3, 3, 1)$,
 $C = (2, 0, 4)$.

○ TRIÂNGULO ABC É RETÂNGULO?