



UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
FACULDADE FEDERAL DE RIO DAS OSTRAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA (RCT)
Geometria Analítica e Cálculo Vetorial
1ª Lista de Exercícios – 1/2011

1. Se $A = (1, 1)$, $B = (2, 2)$, $C = (-1, 0)$ e $D = (1, 0)$, então $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$? E $AB = CD$? Justifique.

2. Julgue a veracidade das afirmações abaixo assinalando (V) para verdadeiro ou (F) para falso. Justifique sua resposta !

() Se $\alpha \vec{u} + \beta \vec{v} = \vec{0}$, então $\alpha = 0$ e $\beta = 0$.

() Seja $ABCD$ um quadrilátero. Se E é o ponto médio do lado AB e F é o ponto médio do lado DC , então $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$.

() Se \vec{u} e \vec{v} são vetores no plano, então $\|\vec{u}\|\vec{v}$ e $\|\vec{v}\|\vec{u}$ são vetores de mesmo comprimento.

() Se \vec{u} e \vec{v} tem mesmo comprimento, então $u - v$ e $u + v$ são ortogonais.

() Se \vec{u} e \vec{v} são vetores no plano, então $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|$.

() Se $\vec{u} \neq 0$ e $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{w}$, então $\vec{v} = \vec{w}$.

() Se \vec{u} e \vec{v} são vetores no plano, então $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$.

() Se \vec{u} e \vec{v} são vetores no plano, então $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 2(\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2)$.

() Se \vec{u} e \vec{v} são vetores no plano, então $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 + \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = 4\vec{u} \cdot \vec{v}$.

() Se $\vec{u} = (x, 1)$ e $\vec{v} = (x, -1)$ são ortogonais, então $x = 1$ e $x = -1$.

() Existe uma reta que contém os pontos $A = (1, 3)$, $B = (-1, 2)$ e $C = (5, 4)$.

() O triângulo determinado pelos vértices $A = (1, 0)$, $B = (0, 2)$ e $C = (-2, 1)$ é retângulo.

() Todo ponto do plano é combinação linear dos vetores $\vec{u} = (2, 3)$ e $\vec{v} = (1, \frac{3}{2})$.

() Se \vec{u} e \vec{v} não são nulos e $\text{Pr}_{\vec{v}} \vec{u} = 0$, então $\vec{u} \perp \vec{v}$.

() Toda a reta da forma $y = ax + 3 - 5a$ passa pelo ponto $(5, 3)$.

() O ponto $P = (1, 1)$ pertence à reta que passa pelo ponto $Q = (1, 2)$ na direção do vetor $\vec{v} = (1, 1)$.

3. Responda as questões justificando ou dando um contra-exemplo.

a) $x^2 - 2x + 1 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$?

b) $x^2 - 2x + 2 > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$?

c) $x^2 + 26x + \frac{1689}{10} > 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$?

4. Para cada uma das equações abaixo esboce no plano XY o conjunto dos pontos (x, y) cujas coordenadas satisfazem essa equação:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$;

b) $y^2 - 6y + 9 = 0$;

c) $x^2 + y^2 + 1 = 0$;

d) $|x| + y = 0$;

e) $(x^2 - 7x + 10)(y^2 - 7x + 6) = 0$;

f) $(x^2 + 1)(x - y) = 0$;

g) $x^3 + x - x^2y - y = 0$;

h) $x^2 + y^2 = x$;

i) $x^2 + y^2 + y = 0$;

j) $x^2 + y^2 + x + y = 1$

k) $x^3 + xy^2 - x^2y - x + y - y^3 = 0$;

5. Esboce o conjunto $X = \{(x, y); |y| \leq x \leq 3\}$.

6. Em cada um dos casos abaixo, esboce o conjunto dos pontos cujas coordenadas (x, y) cumprem as condições especificadas:

a) $|x - 3| < 1$;

b) $|x - 3| = 1$;

c) $|x - 3| \leq 1$ e $|y - 2| \leq 5$;

d) $|x - 3| \leq 1$ e $|y - 2| \leq 5$;

e) $|x| \geq 2$ e $|y| \geq 3$;

f) $xy = 0$;

g) $x > y$;

h) $x \geq y$;

i) $0 \leq x \leq y \leq 1$;

j) $x^2 < y^2$;

k) $x^2 \leq y^2$;

7. Considere a reta de equação $y + x = 2$.

a) O vetor $\vec{v}_1 = (-1, 1)$ é paralelo à reta?

b) O ponto $(-1, 1)$ pertence à reta?

c) E os vetores $\vec{v}_2 = (1, -1)$, $\vec{v}_3 = (1, 2)$ e \overrightarrow{AB} , onde $A = (0, 2)$ e $B = (2, 0)$ são paralelos à reta?