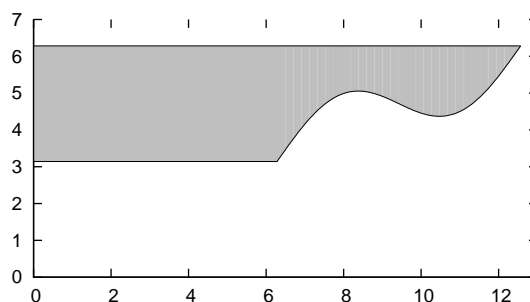


Cálculo 2 - Primeira Prova (P1)  
 PURO-UFF - 2009.2  
 30/setembro/2009  
 Prof: Eduardo Ochs

(1) (Total: 2.0 pontos). A região em cinza na figura abaixo é delimitada pelas retas  $y = \pi$ ,  $y = 2\pi$  e  $x = 0$  e pela curva  $y = \frac{x}{2} + \sin x$ . Calcule a área desta região.



(2) (Total: 3.0 pontos). Seja

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{para } x \leq 2 \\ 4 - x, & \text{para } x > 2. \end{cases}$$

Trace os gráficos de:

a) (0.6 pts)  $f'(x)$ ,

b) (0.7 pts)  $F(x) = \int_{t=0}^{t=x} f(t) dt$ ,

c) (0.7 pts)  $G(x) = \int_{t=2}^{t=x} f(t) dt$ .

d) (1.0 pts) Seja  $h(x) = 2 - x$ . Compare o gráfico de  $f'(x)$  do item (a) com o gráfico de  $h'(x)$ . Se sabemos o gráfico da derivada de uma função, o que sabemos sobre esta função? Explique.

(3) (Total: 3.0 pontos). Seja  $f(x)$  uma função tal que  $\int_{x=2}^{x=5} f(x) dx = 4$ .

Calcule:

a)  $\int_{x=2}^{x=5} 3 - 5f(x) dx$

b)  $\int_{x=0}^{x=5} 4f(x) dx - 4 \int_{x=0}^{x=2} f(x) dx$

c)  $\int_{t=0}^{t=1} 10t + f(2 + 3t) dt$

(4) (Total: 2.0 pontos). Calcule:

- a)  $\int_{t=1}^{t=2} \frac{t^2 - \sqrt[3]{t}}{\sqrt[3]{t}} dt$   
 b)  $\int \operatorname{sen}^3(4x - 2) \cos^4(4x - 2) dx$

Alguns teoremas e fórmulas:

Def: se  $F(x)$  é tal que  $F'(x) = f(x)$  então  $F$  é uma primitiva para  $f$ .

TFC 1:  $\frac{d}{dx} \int_{t=a}^{t=x} f(t) dt = f(x)$

TFC 2: se  $F$  é uma primitiva para  $f$  então  $\int_{x=a}^{x=b} f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

$$\int_{t=\sqrt{\pi}}^{t=\sqrt{2\pi}} (\operatorname{sen} t^2) 2t dt = \left[ \begin{array}{l} x=t^2 \\ t=\sqrt{x} \\ dx=2t dt \end{array} \right] \int_{x=\pi}^{x=2\pi} \operatorname{sen} x dx$$

- (0)  $\frac{d}{dx}(af(x)) = af'(x)$   
 (1)  $\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = f'(x) + g'(x)$   
 (2)  $\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$   
 (3)  $\frac{d}{dx}(f(g(x))) = f'(g(x))g'(x)$   
 (4)  $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$   
 (5)  $\frac{d}{dx} 1 = 0$   
 (6)  $\frac{d}{dx} x^a = ax^{a-1}$   
 (7)  $\frac{d}{dx}(\operatorname{sen} x) = \cos x$   
 (8)  $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\operatorname{sen} x$

A prova é para ser feita em duas horas, sem consulta.

Responda claramente e justifique cada passo.

Lembre que a correção irá julgar o que você escreveu, e que é impossível ler o que você pensou mas não escreveu.

Lembre que a resposta esperada para cada questão não é só uma fórmula ou um número — a “resposta certa” é um raciocínio claro e convincente.

Outra dica: *confira as suas respostas!*

**Boa prova!**