

# Plano de Trabalho

Prof. Eduardo Nahum Ochs  
Ciência da Computação  
PURO – Pólo Universitário de Rio das Ostras  
UFF – Universidade Federal Fluminense

29 de julho de 2009

## 1 Apresentação

Este documento apresenta o plano de trabalho do professor Eduardo Nahum Ochs, matrícula SIAPE 1669224, em conformidade com a resolução 219/2005 do Conselho de Ensino e Pesquisa da UFF.

Ele está escrito em primeira pessoa; ao invés de escrever “o professor Eduardo Ochs”, “o professor”, etc., escreverei sempre “eu”.

A Seção 2 discute as atividades de pesquisa que pretendo conduzir; a Seção 3 apresenta minhas propostas de atividades em ensino; a Seção 4 expõe meus planos na área de extensão.

## 2 Pesquisa

### 2.1 Projeto de Pesquisa

Pretendo cadastrar um projeto intitulado “Downcasing types: provas puramente sintáticas, a projeção de provas ‘reais’ no ‘mundo sintático’ e levantamentos de provas do ‘mundo sintático’ para o ‘mundo real’”, que deve abarcar minhas principais atividades de pesquisa nos 2 primeiros anos de meu estágio probatório. Trata-se de um projeto nas áreas de Lógica ([GLT89]), Teoria de Categorias ([Mac71], [Awo06]), Teorias de Tipos ([KLN04]), Semântica Categórica para Teorias de Tipos ([Jac99]), (formalização de) Raciocínio Diagramático ([Krö07], [Jam01]) e Assistentes de Provas ([NGdV94], [BC04]), com aplicações à Teoria de Toposes ([McL92], [Joh77], [Joh02]), à Análise

Não-Standard ([Rob66]) e à Geometria Diferencial Sintética ([Koc77], [Bel98] [BOS01]).

Meu projeto de pesquisa – “Downcasing Types” — é uma continuação da minha pesquisa de mestrado e doutorado, e que continuei desenvolvendo no período em que trabalhei fora do mundo acadêmico (2004-2008).

Devido a particularidades da área de Teoria de Categorias (veja [Krö07]) muitos resultados sobre Categorias são conceitualmente importantes, mas só se tornam publicáveis quando são usados para provar teoremas novos não-triviais. Só em 2008 eu consegui completar todos os detalhes de um primeiro resultado realmente não-trivial: um método para traduzir contas com infinitesimais — feitas num fragmento da Análise Não-Standard — para “contas standard” em termos de continuidade e limites, e submeti uma versão preliminar de um artigo (veja <http://angg.twu.net/math-b.html>) para discussão na mailing list internacional de Teoria de Categorias. A discussão que resultou disto me levou a produzir material introdutório sobre feixes e sobre lógica em grafos (veja a URL acima), usando as técnicas de “downcasing types” para obter um “modelo arquetipal” no qual todas as idéias ficassem claras, e a partir do qual pudéssemos produzir provas para casos particulares específicos que pudessem ser “levantadas” para o caso geral. Em 2008 e no início de 2009 apresentei parte destas idéias em seminários na UFF de Niterói, no PURO-UFF, no IMPA e na PUC-Rio; em cada uma destas instituições os pesquisadores locais se interessavam mais por partes diferentes do que eu expunha, e todos me falavam que certos teoremas de Teoria de Categorias, Toposes e Feixes, que os livros dão a entender que são básicos, são praticamente desconhecidos por aqui; no máximo algumas poucas pessoas ouviram falar deles, mas ninguém nestas instituições tem uma boa intuição a respeito do que estes teoremas “realmente” querem dizer... mesmo os livros tecnicamente mais acessíveis da área parecem ser dirigidos principalmente a pessoas que têm de algum modo acesso à “cultura oral” de Teoria de Categorias e Teoria de Toposes — o que não é o nosso caso! — e este meu trabalho sobre “provas arquetipais” para teoria de Feixes, segundo as pessoas com quem discuti, seria extremamente bem-vindo...

*Ainda não é claro para mim como esta parte da pesquisa* — as provas arquetipais para os fatos básicos de teorias de feixes, e sobre lógica em feixes — *deva ser publicada*; se como material didático sobre um assunto que é relativamente avançado, ou como uma aplicação (num certo sentido trivial; será que aí ela teria que aparecer como um exemplo, brevemente, num artigo mais técnico?) da técnica geral de “downcasing types”, ou se ela deve ser formalizada até os últimos detalhes e implementada num assistente de prova (como em [BC04] e [NGdV94])... e várias outras partes da pesquisa estão na

mesma situação: os “downcasings” dos fatos básicos sobre mônadas ([Sch02]), os para uma categoria na qual podemos fazer cálculo com infinitesimais nilpotentes ([Koc77]), os para o chamado “cálculo de frações” numa categoria e para a interpretação categórica das “ultrapotências” usadas em Análise Não-Standard ([Joh77], [Fri08]), os para Categorias Abelianas ([Mac71]), e os para Categorias Diferenciais ([BCS06], [BCS08]).

Apesar das dificuldades para publicar sobre determinados assuntos, que descrevi acima, os primeiros passos para começar a publicar a minha pesquisa estão definidos. Devo terminar no segundo semestre de 2009 um artigo sobre o método de “downcasing types”, com pelo menos as seguintes aplicações: categorias com produtos finitos, Categorias Cartesianas Fechadas ([LS86]) e Hiperdoutrinas ([Law69], [See83], [Jac99]). Em 2010 devo terminar artigos sobre downcasings para categorias localmente cartesianas fechadas ([See84], [Jac99]), categorias nas quais se pode interpretar  $\lambda$ -cálculo polimórfico ([See87], [Jac99]), e toposes ([McL92]), mas ainda não sei se estes assuntos podem ser desmembrados em dois ou três artigos ou se devem ficar num só; e depois disto vão vir os downcasings para feixes, categorias de frações, ultrapotências, e para uma categoria descrita em [Koc77], com infinitesimais nilpotentes (ver também [MR91], [Koc80], [Bel08]). *Um cronograma detalhado será dado no projeto de pesquisa.*

## 2.2 Iniciação Científica

Ao longo de 2010 e 2011 pretendo orientar um ou mais alunos de bolsa acadêmica e/ou de iniciação científica em atividades relacionadas ao projeto de pesquisa descrito acima.

## 2.3 Desenvolvimento e Documentação de Software

Pretendo terminar de documentar um programa que comecei a desenvolver durante o meu mestrado (<http://angg.twu.net/dednat4.html>), que facilita tarefas como bater árvores de dedução em diagramas categóricos em  $\text{\LaTeX}$ . Alguns alunos de graduação do PURO já se interessaram em usá-lo para o tipo de árvores de dedução que eles vêem nas matérias de Matemática Discreta e Lógica, e eu e o professor Fernando Náufel do Amaral estamos pensando em modificar este programa para que ele possa gerar diagramas 2D a partir de outros tipos de “input” que não os atuais.

## 2.4 Instalação de Software

Para tornar as ferramentas e assuntos de pesquisa do LLaRC mas acessíveis para os alunos do PURO pretendo conseguir que sejam instalados os seguintes programas e sistemas nos computadores do Pólo (inclusive os do laboratório dos alunos de graduação):

- Emacs (<http://en.wikipedia.org/wiki/Emacs>),
- Eev (<http://angg.twu.net/emacs.html#short-eev-tutorial>),
- L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X(<http://en.wikipedia.org/wiki/LaTeX>),
- Lua (<http://www.lua.org/>),
- Maxima ([http://en.wikipedia.org/wiki/Maxima\\_\(software\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Maxima_(software))),
- Gnuplot (<http://en.wikipedia.org/wiki/Gnuplot>),
- Dednat4 (<http://angg.twu.net/dednat4.html>).
- Hugs (<http://en.wikipedia.org/wiki/Hugs>).
- Ruby ([http://en.wikipedia.org/wiki/Ruby\\_\(programming\\_language\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Ruby_(programming_language))).
- Python ([http://en.wikipedia.org/wiki/Python\\_\(programming\\_language\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Python_(programming_language))).
- Tcl/Tk (<http://en.wikipedia.org/wiki/Tcl>),
- OCaml ([http://en.wikipedia.org/wiki/Objective\\_Caml](http://en.wikipedia.org/wiki/Objective_Caml)).
- Coq (<http://en.wikipedia.org/wiki/Coq>),

Obs: todos os programas acima são não só gratuitos para instalação e uso como são “livres” — suas licenças permitem cópia e modificação pelos usuários.

## 2.5 Seminários

Pretendo apresentar seminários regulares no LLaRC (o Laboratório de Lógica e Representação do Conhecimento do PURO-UFF), e esporádicos na UFF de Niterói, na PUC-Rio e no IMPA sobre temas avançados e básicos relacionados ao meu projeto de pesquisa, dando continuidade aos contatos acadêmicos que estabeleci antes da minha contratação pelo PURO.

## 3 Ensino

### 3.1 Disciplinas

Estou apto a ministrar disciplinas diversas relacionadas aos seguintes conteúdos:

- Cálculo I, II, III, IV;
- Equações Diferenciais;
- Álgebra Linear;
- Matemática Discreta;
- Análise Combinatória;
- Lógica;
- Teoria de Categorias;
- Teoria dos Números.

Além de disciplinas obrigatórias, pretendo oferecer disciplinas optativas e orientar trabalhos de conclusão de curso nas áreas de Lógica, Semântica, “Domain-Specific Languages” ([Ben77], [Och08]) e Linguagens Funcionais, bem como obter credenciamento para atuar nos programas de pós-graduação dos departamentos de Matemática e Ciência da Computação de Niterói, ministrando disciplinas ligadas às minhas áreas de interesse e orientando dissertações e teses.

### 3.2 Projeto de Ensino

Pretendo ministrar, começando ainda em 2009, alguns workshops sobre como usar diversos programas interativos — essencialmente todos os da seção 2.3 — a partir do Emacs, guardando os logs num formato que seja útil para as pessoas que vierem depois (veja <http://angg.twu.net/eev-article.html>). Aos poucos vou tentar descobrir como transformar estes workshops num projeto de ensino com existência oficial, com conteúdos e objetivos bem-definidos, cronogramas, etc.

## 4 Extensão

### 4.1 Projeto de Extensão

O projeto de ensino da seção 3.2 é uma espécie de continuação de um projeto de software livre que eu tenho desde o fim da década de 90, e que interessa à comunidade de Software Livre em geral.

Pretendo submeter à PROEX em 2010 um projeto de extensão relacionado a isto.

Rio das Ostras, 29 de julho de 2009

Prof. Eduardo Nahum Ochs  
Matr. SIAPE 1669224

## Referências

- [Awo06] S. Awodey. *Category Theory*. Oxford University Press, 2006.
- [BC04] Y. Bertot and P. Castéran. *Interactive Theorem Proving and Program Development - Coq'Art: The Calculus of Inductive Constructions*. Springer, 2004.
- [BCS06] R. Blute, R. Cockett, and R. A. G. Seely. Differential categories. *Mathematical Structures in Computer Science*, 16:1049–1083, 2006.
- [BCS08] R. F. Blute, J. R. B. Cockett, and R. A. G. Seely. Cartesian differential categories. <http://www.math.mcgill.ca/rags/difft1/cartdiff.pdf>, 2008.
- [Bel98] John. L. Bell. *A Primer of Infinitesimal Analysis*. Cambridge University Press, 1998.
- [Bel08] J. L. Bell. *A Primer of Infinitesimal Analysis*. Cambridge, 2008.
- [Ben77] J. Bentley. Little languages. *CACM [Fix This]*, 1977.
- [BOS01] Ulrich Berger, Horst Osswald, and Peter Schuster, editors. *Reuniting the Antipodes — Constructive and Nonstandard Views of the Continuum (Venice, 1999)*, volume 306. Kluwer, 2001.
- [Fri08] T. Fritz. Categories of fractions revisited. Preprint, 2008. <http://arxiv.org/abs/0803.2587>.
- [GLT89] J.-Y. Girard, Y. Lafont, and P. Taylor. *Proofs and Types*. Cambridge, 1989.
- [Jac99] B. Jacobs. *Categorical Logic and Type Theory*. Number 141 in Studies in Logic and the Foundations of Mathematics. North-Holland, Elsevier, 1999.
- [Jam01] M. Jamnik. *Mathematical Reasoning with Diagrams: From Intuition to Automation*. CSLI, 2001.
- [Joh77] P. T. Johnstone. *Topos Theory*. Academic Press, 1977.
- [Joh02] P. T. Johnstone. *Sketches of an Elephant: A Topos Theory Compendium*, volume 1. Oxford University Press, 2002.

- [KLN04] F. Kamareddine, T. Laan, and R. Nederperlt. *A Modern Perspective on Type Theory*. Kluwer, 2004.
- [Koc77] A. Kock. A simple axiomatics for differentiation. *Mathematica Scandinavica*, 40(2):183–193, 1977.
- [Koc80] A. Kock. *Synthetic Differential Geometry*. Cambridge, 1980. <http://home.imf.au.dk/kock/sdg99.pdf>.
- [Krö07] R. Krömer. *Tool and Object: A History and Philosophy of Category Theory*. Birkhäuser, 2007.
- [Law69] W. Lawvere. Adjointness in foundations. *Dialectica*, 23:281–296, 1969.
- [LS86] J. Lambek and P. Scott. *Introduction to Higher-Order Categorical Logic*. Cambridge, 1986.
- [Mac71] S. MacLane. *Categories for the Working Mathematician*. Springer, 1971.
- [McL92] C. McLarty. *Elementary Categories, Elementary Toposes*. Number 21 in Oxford Logic Guides. Oxford University Press, 1992.
- [MR91] I. Moerdijk and G. E. Reyes. *Models for Smooth Infinitesimal Analysis*. Springer, 1991.
- [NGdV94] R. P. Nederpelt, J. H. Geuvers, and R. C. de Vrijer, editors. *Selected Papers on Automath*. North-Holland, 1994.
- [Och08] E. Ochs. Bootstrapping a forth in 40 lines of lua code. In L. H. de Figueiredo, W. Celes, and R. Ierusalimschy, editors, *Lua Programming Gems*. Lua.org, 2008.
- [Rob66] Abraham Robinson. *Non-Standard Analysis*. North-Holland, Amsterdam, 1966.
- [Sch02] A. Schalk. Some notes on monads. <http://www.cs.man.ac.uk/~schalk/notes/monads.ps.gz>, 2002.
- [See83] R. A. G. Seely. Hyperdoctrines, natural deduction, and the beck condition. *Zeitschrift f. math. Logik und Grundlagen d. Math.*, 29:505–542, 1983.
- [See84] R. A. G. Seely. Locally cartesian closed categories and type theory. *Math. Proc. Cambridge Philos. Soc.*, 95(1):33–48, 1984.



- [See87] R. A. G. Seely. Categorical semantics for higher order polymorphic lambda calculus. *Journal of Symbolic Logic*, 52(4):969–988, 1987.