

$$\begin{array}{ccccc}
 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 & \longrightarrow & 2 \cdot 3 + 20 & & \\
 \downarrow & & \downarrow & & \\
 6 + 4 \cdot 5 & \longrightarrow & 6 + 26 & \longrightarrow & 26
 \end{array}$$

$$\underbrace{\underbrace{2 \cdot 3}_6 + \underbrace{4 \cdot 5}_{20}}_{26}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 &= 2 \cdot 3 + 20 \\
 &= 6 + 20 \\
 &= 26
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 &= 6 + 4 \cdot 5 \\
 &= 6 + 20 \\
 &= 26
 \end{aligned}$$

Subexpressions:

$$\underbrace{\underbrace{2 \cdot 3}_6 + \underbrace{4 \cdot 5}_{20}}_{26}$$

Expressions with variables:

If  $a = 5$  and  $b = 2$ , then:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{a}_{5} + \underbrace{b}_{2}}_7 \cdot \underbrace{\underbrace{a}_{5} - \underbrace{b}_{2}}_3}_{21}$$

If  $a = 10$  and  $b = 1$ , then:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{a}_{10} + \underbrace{b}_{1}}_{11} \cdot \underbrace{\underbrace{a}_{10} - \underbrace{b}_{1}}_9}_{99}$$

We know – by algebra, which is not for (tiny) children – that  $(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a - b \cdot b$  is true for all  $a, b \in \mathbb{R}$

We know – without algebra – how to test

“ $(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a - b \cdot b$ ”

for specific values of  $a$  and  $b$ ...

If  $a = 5$  and  $b = 2$ , then:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{a}_{5} + \underbrace{b}_{2}}_7 \cdot \underbrace{\underbrace{a}_{5} - \underbrace{b}_{2}}_3}_{21} = \underbrace{\underbrace{a}_{5} \cdot \underbrace{a}_{5}}_{25} - \underbrace{\underbrace{b}_{2} \cdot \underbrace{b}_{2}}_4}_{21}$$

true

If  $a = 10$  and  $b = 1$ , then:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{a}_{10} + \underbrace{b}_{1}}_{11} \cdot \underbrace{\underbrace{a}_{10} - \underbrace{b}_{1}}_9}_{99} = \underbrace{\underbrace{a}_{10} \cdot \underbrace{a}_{10}}_{100} - \underbrace{\underbrace{b}_{1} \cdot \underbrace{b}_{1}}_1}_{99}$$

true

Represente graficamente:

$$A := \{(1, 4), (2, 4), (1, 3)\}$$

$$B := \{(1, 3), (1, 4), (2, 4)\}$$

$$C := \{(1, 3), (1, 4), (2, 4), (2, 4)\}$$

$$D := \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$$

$$h := \{(0, 3), (1, 2), (2, 1), (3, 0)\}$$

$$k := \{x : \{0, 1, 2, 3\}; (x, 3 - x)\}$$

$$m := \{y : \{0, 1, 2, 3\}; (3 - y, y)\}$$

$$f := (\lambda x : \{0, 1, 2\}. x \cdot x)$$

$$g := (\lambda a : \{0, 1, 2\}. 3 \cdot a)$$

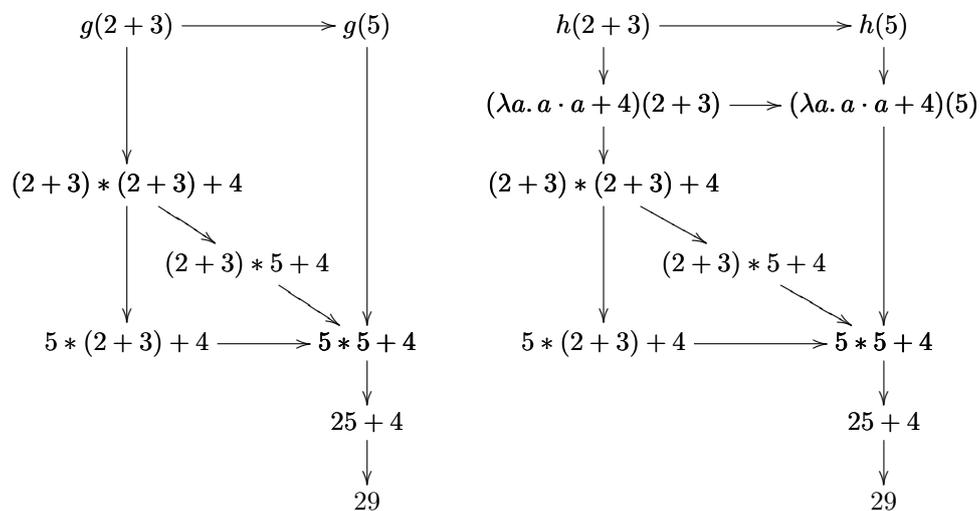
$$q := (\lambda a : \{0, 1, 2\}. (x + 1)^2 - 2x - 1)$$

A named function:  $g(a) = a \cdot a + 4$

An unnamed function:  $\lambda a. a \cdot a + 4$

Let  $h = \lambda a. a \cdot a + 4$ .

Then:



The usual notation for defining functions is like this:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto 2 + \sqrt{n}$$

$$\begin{array}{l} \text{(name)} : \text{(domain)} \rightarrow \text{(codomain)} \\ \text{(variable)} \mapsto \text{(expression)} \end{array}$$

It creates *named* functions.

Classical logic:

Idea:

0 means "false"

1 means "true"

Operations:

$P$	$Q$	$P \& Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P$	$\neg P$
0	0	$0 \& 0 = 0$	$0 \vee 0 = 0$	$0 \rightarrow 0 = 1$	$0 \leftrightarrow 0 = 1$	0	$\neg 0 = 1$
0	1	$0 \& 1 = 0$	$0 \vee 1 = 1$	$0 \rightarrow 1 = 1$	$0 \leftrightarrow 1 = 0$	1	$\neg 1 = 0$
1	0	$1 \& 0 = 0$	$1 \vee 0 = 1$	$1 \rightarrow 0 = 0$	$1 \leftrightarrow 0 = 0$	1	
1	1	$1 \& 1 = 1$	$1 \vee 1 = 1$	$1 \rightarrow 1 = 1$	$1 \leftrightarrow 1 = 1$	1	

We will use a more compact form.

If  $P = 1$  and  $Q = 0$ , then

$$\underbrace{\underbrace{P}_{1} \rightarrow \underbrace{Q}_{0}}_0$$

$P$	$Q$	$P \& Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P$	$\neg P$
0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	0	1	
1	1	1	1	1	1	1	

Constants:

$\top = 1$

$\perp = 0$

Our first non-classical logic:

Idea:

00 means “false”

11 means “true”

01 is something intermediate between true and false

Operations:

$P$	$Q$	$P \& Q$	$P \vee Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P$	$\neg P$
00	00	00	00	11	11	00	11
00	01	00	01	11	00	01	00
00	11	00	11	11	00	11	00
01	00	00	01	00	00		
01	01	01	01	11	11		
01	11	01	11	11	01		
11	00	00	11	00	00		
11	01	01	11	01	01		
11	11	11	11	11	11		

Constants:

$\top = 11$

$\perp = 00$

Tudo isto aqui a gente pode calcular com tabelas:

$$\forall x : \{0, 1, 2, 3\}.x < 2$$

$$\forall x : \{0, 1, 2, 3\}.x^2 \leq 5$$

$$\forall x : \{0, 1, 2, 3\}.x^2 < 10$$

$$\forall x : \{0, 1, 2, 3\}.x \geq 2$$

$$\exists x : \{0, 1, 2, 3\}.x^2 \geq 5$$

$$\{x : \{0, 1, 2, 3\}; x^2\}$$

$$\{x : \{0, 1, 2, 3\}, x \geq 2; x\}$$

$$\Sigma x : \{0, 1, 2, 3\}.x^2$$

$$\Pi x : \{0, 1, 2, 3\}.x + 1$$

$$\Sigma x : \{0, 1, 2, 2, 3\}.x^2$$

$$\Pi x : \{0, 1, 2, 2, 3\}.x + 1$$

$$\lambda x : \{0, 1, 2, 3\}.5 - x$$

$$\forall x : \{0, 1, 2\}.P(x) = P(0) \& P(1) \& P(2)$$

$$\exists x : \{0, 1, 2\}.P(x) = P(0) \vee P(1) \vee P(2)$$

$$\{x : \{0, 1, 2\}; f(x)\} = \{f(0), f(1), f(2)\}$$

$$\Sigma x : \{0, 1, 2\}.f(x) = f(0) + f(1) + f(2)$$

$$\Pi x : \{0, 1, 2\}.f(x) = f(0) \cdot f(1) \cdot f(2)$$

$$\Sigma x : \{0, 1, 1, 2\}.f(x) = f(0) + f(1) + f(1) + f(2)$$

$$\Pi x : \{0, 1, 1, 2\}.f(x) = f(0) \cdot f(1) \cdot f(1) \cdot f(2)$$

$$\lambda x : \{0, 1, 2\}.f(x) = \{(0, f(0)), (1, f(1)), (2, f(2))\}$$

If  $P(x) = (x < 2)$  then

$$\begin{array}{ccc} \forall x : \{0, 1, 2\}.P(x) & \longrightarrow & P(0) \& P(1) \& P(2) \\ \downarrow & & \downarrow \\ \forall x : \{0, 1, 2\}.x < 2 & \longrightarrow & (0 < 2) \& (1 < 2) \& (2 < 2) \\ & & \downarrow \\ & & 1 \& 1 \& 0 \end{array}$$

We can calculate the result of  $\neg\neg P \rightarrow P$   
 when  $P = 0$  (left) and  
 when  $P = 1$  (right) with:

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{\underbrace{\underbrace{P}_{0}} \rightarrow \underbrace{P}_{0}}_{1} & \underbrace{\underbrace{\underbrace{P}_{1}} \rightarrow \underbrace{P}_{1}}_{0} \\ \underbrace{\underbrace{1}_{0}}_{1} & \underbrace{\underbrace{0}_{1}}_{1} \end{array}$$

The *subformulas* of  $\neg\neg P \rightarrow P$  are:

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{P}_{0}} \rightarrow \underbrace{P}_{0}}_{1}}_{1}$$

If we write the result of each subformula  
 under its central connective we get:

$$\begin{array}{ccc} \neg & \neg & P & \rightarrow & P \\ \hline 0 & 1 & 0 & & 0 \\ & & & 1 & \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \neg & \neg & P & \rightarrow & P \\ \hline 1 & 0 & 1 & & 1 \\ & & & 1 & \end{array}$$

We can write all results in the same line...  
 We get something more compact but harder to read,

$$\begin{array}{ccc} \neg & \neg & P & \rightarrow & P \\ \hline 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \neg & \neg & P & \rightarrow & P \\ \hline 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

We can put each case in a single line.  
 Here we also add a column at the left with the values of  $P$ .

$$\begin{array}{cccccc} P & \neg & \neg & P & \rightarrow & P \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Let

$$A = \{x : \{-1, \dots, 4\}; x^2\} \text{ and}$$

$$B = \{x : \{-1, \dots, 4\}; x^2 \leq 5; x\}.$$

Then  $A$  and  $B$  can be calculated by:

$x$	$x^2$	$x$	$x^2$	$x^2 \leq 5$	$x$
-1	1	-1	1	1	-1
0	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1
2	4	2	4	1	2
3	9	3	9	0	
4	16	4	16	0	

We get:

$$A = \{1, 0, 1, 4, 9, 16\},$$

$$B = \{-1, 0, 1, 2\}.$$

Let

$$A = \{x : \{1, \dots, 5\}, y : \{1, \dots, x\}, x + y \leq 6; (x, y)\} \text{ and}$$

$$B = \{y : \{1, \dots, 5\}, x : \{y, \dots, 5\}, x + y \leq 6; (x, y)\}.$$

Then  $A$  and  $B$  can be calculated by:

$x$	$y$	$x + y$	$x + y \leq 6$	$(x, y)$	$y$	$x$	$x + y$	$x + y \leq 6$	$(x, y)$
1	1	2	1	(1, 1)	1	1	2	1	(1, 1)
2	1	3	1	(2, 1)	2	3	3	1	(2, 1)
	2	4	1	(2, 2)	3	4	4	1	(3, 1)
3	1	4	1	(3, 1)	4	5	5	1	(4, 1)
	2	5	1	(3, 2)	5	6	6	1	(5, 1)
	3	6	1	(3, 3)	2	2	4	1	(2, 2)
4	1	5	1	(4, 1)	3	5	5	1	(3, 2)
	2	6	1	(4, 2)	4	6	6	1	(4, 2)
	3	7	0		5	7	7	0	
	4	8	0		3	3	6	1	(3, 3)
5	1	6	1	(5, 1)	4	7	7	0	
	2	7	1		5	8	8	0	
	3	8	0		4	4	8	0	
	4	9	0		5	9	9	0	
	5	10	0		5	5	10	0	

We get:

$$A = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (5, 1)\} \text{ and}$$

$$B = \{(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (3, 3)\}.$$

Há quatro anos, tivemos no CEFET/RJ nossos primeiros alunos cotistas. Para entrar lá, os jovens fazem uma prova de seleção. Naquele ano, 50% das vagas foram destinadas para alunos negros, de escolas públicas e com renda baixa.

Lembro-me que levei um susto ao entrar em sala. Havia negros e alunos extremamente diferentes na forma de se expressar. Eu simplesmente não sabia como lidar. Pensei em escrever uma carta para Dilma reclamando. Se esse governo quer colocar cotistas em sala, que ao menos nos dê uma certa infra-estrutura para recebê-los! Psicólogos, pedagogos, assistentes sociais... cadê esse time para nos ajudar? Nada? Como assim?

Da mesma forma que sempre fazia com a minha turma, eu mandava o meu aluno estudar. Dizia que se ele não fizesse a parte dele, não passaria porque bababá bububú... muitos alunos cotistas não mexiam o dedo mesmo eu repetindo o discurso: você tem que estudar! Você tem que estudar!!!

Percebi que muitos não sabiam o que era “estudar“ porque, meodeos, nunca haviam estudado. Era como eu virar para qualquer outro na rua que nunca, por exemplo, estudou música e falar: você tem que treinar piano! Você tem que treinar piano! O cara ia sentar em frente ao piano e fazer o quê? Não saberia nem por onde começar! Quando percebi isso entrei em desespero porque o problema era muito maior do que pensava...

O que fazer? Desistir? Deixar que todos repetissem? Mas seriam muitos! O desespero une os seres humanos que estão sob o mesmo inferno. Nós, professores, fomos conversando e juntamente com parte da equipe pedagógica, criando subsídios para esses alunos.

A ficha caiu quando um menino de boné e cordão prata veio até mim e falou: “Professora, você fala que eu tenho que estudar. O que seria exatamente isso? Eu não quero perder essa oportunidade. Me ajuda...”

Esse menino mal sabia pegar no lápis por falta de hábito...

Tivemos que lidar também com tensões e preconceitos que existiam entre eles. Por exemplo, alguns alunos que vieram de escolas particulares com família bem estruturada não entendiam por quê o colega não fazia o trabalho direito. Inicialmente, houve, em algumas turmas, segregação. No jogo de xadrez, por exemplo, onde temos peças pretas e brancas, eles perguntavam quem seria os cotistas e os não-cotistas...

Sei que criamos aulas de atendimento... preparamos nossos monitores para atender a esse novo perfil de aluno. Ensinei a aluno segurar no lápis e organizar o raciocínio para aprender física e fazer problemas de IME e ITA como fazia em todos os outros anos e dá-lhe conversas com todos os demais privilegiados para entender que não é excluindo que incluímos ninguém. Não é fazendo o mal que faremos um bem...

O que nenhum professor do CEFET admitia era baixar o nível de nossa instituição. Eles, os alunos cotistas, teriam que alcançar os demais. Foi preciso muita dedicação, hora extra, mais avaliações para o aluno ter oportunidade de recuperar a nota - dentre outras coisas maiores como, por exemplo, amor ao próximo e empatia à causa - para que o equilíbrio, enfim, fosse alcançado.

Foi preciso muito mais trabalho...

Fizemos um forte levantamento sobre o rendimento desses alunos. Quanta emoção ver as notas deles no segundo semestre se igualando aos demais colegas que tiveram muito mais oportunidades e condições para estudar. Quanta emoção... conseguimos, gente, conseguimos... estamos conseguindo...

Percebi claramente que falta de base nada tem a ver com capacidade intelectual e me surpreendi muito quando vi minha cara se esfarelado e a poesia sambando na cara do meu preconceito ou melhor, do meu desespero - no sentido, aqui, de negar a esperança.

Este ano (como em outros nas minhas turmas do primeiro ano), minha primeira avaliação foi coletiva e não individual. Os alunos tinham que fazer um grupo, estudar entre eles e, no dia da prova, eu faria uma pergunta em que somente um deles, sorteado por mim na hora, resolveria no quadro a questão por mim colocada. A nota do aluno escolhido seria a nota de todos os demais componentes daquele grupo. Essa foi uma forma que encontrei de forçar os alunos privilegiados a me ajudarem a ajudar os menos privilegiados.

Para um jovem de 15 anos, isso beirou o absurdo das injustiças. Uma aluna veio falar comigo: “professora, eu vou ter que convencer o outro a estudar como? Eu tô chamando e ele, quando vem, nada fala!”

Com muito amor e já mais experiente e segura, expliquei a ela que estávamos lidando com uma pessoa que vinha de uma realidade completamente diferente e que a forma de incluí-la não seria fazendo um chamado comum porque esse ser já tinha sofrido na pele o diabo da exclusão social e se sentia amedrontado perante os demais. “Você vai ser o diferencial na vida dele. Dependendo da forma em que se chegue a ele, você pode despertar um artista, um sábio, um colega pensante ou minar qualquer coisa boa que possa emergir.” A menina de 15 anos me olhou assustada. Nunca talvez ninguém havia lhe dado tanta responsabilidade. Continuei: “Sim. Temos que, acima de tudo, cuidar uns dos outros sempre. Isso se aprende também na escola.”

A prova foi ontem. Sem querer, escolhi o aluno com maior dificuldade. Ele foi ao quadro e falou com certa timidez natural, mas com uma segurança que eu mesma não esperava.

Ao final da aula, a aluna veio emocionada falar comigo: “Professora, fiz o que a senhora falou. Chamei o menino de outra forma e com jeitinho fui tirando dele o que ele sabia e mostrando a ele como agir. Estudamos a tarde toda. Você viu como ele falou bem?”. Havia o orgulho e a felicidade em ter ajudado o próximo e incluir um que, em outra época, seria completamente jogado às margens da nossa sociedade sendo o que chamamos de “marginal” em sua essência.

Escrevo isso sob uma emoção ainda muito forte. Quando vejo a primeira turma de cotistas se formando com louvor sem nada mais ter do que se envergonhar em termos de conhecimento em relação aos seus colegas, eu devo agradecer por essa oportunidade que esse governo me deu de fazer com que eu fosse uma verdadeira educadora. Devo agradecer pela oportunidade de me fazer unir e dialogar com os colegas e crescermos todos como um verdadeiro centro de ensino. Devo agradecer por ter me feito um ser humano infinitamente mais sensível e melhor.

Reclama da política das cotas quem nunca sentiu na pele e testemunhou o desabrochar da dignidade de um cidadão...

Elika Takimoto - 30/abril/2016

<https://www.facebook.com/elika.takimoto/posts/1197552476921840>