

Cálculo 2
 PURO-UFF - 2017.1
 P2 - 18/jul/2017 - Eduardo Ochs
 Respostas sem justificativas não serão aceitas.
 Proibido usar quaisquer aparelhos eletrônicos.

- 1) **(Total: 2.0)** Seja (*) a seguinte EDO: $f'' - 5f' + 6f = 0$.
- (0.5 pts)** Expresse (*) na forma $(D - a)(D - b)f = 0$.
 - (0.5 pts)** Encontre as soluções básicas de (*).
 - (0.2 pts)** Encontre uma solução de (*) que obedeça $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$.
 - (0.3 pts)** Encontre uma solução de (*) que obedeça $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$.
 - (0.5 pts)** Encontre uma solução de (*) que obedeça $f(0) = 2$, $f'(0) = 3$.
- 2) **(Total: 3.5)** Seja (**) a seguinte EDO: $f'' + 4f' + 13f = 0$.
- (1.0 pts)** Expresse (**) na forma $(D - a)(D - b)f = 0$.
 - (1.0 pts)** Encontre as soluções básicas de (**).
 - (1.0 pts)** Encontre as soluções reais de (**).
 - (0.5 pts)** Teste as soluções que você encontrou no item anterior.
- 3) **(Total: 2.5)** Seja (***) a seguinte EDO: $\frac{d}{dx}y = xe^{-y}$.
- (1.5 pts)** Encontre a solução geral de (***)
 - (1.0 pts)** Encontre uma solução de (***) que passa pelo ponto (3, 4).
- 4) **(Total: 2.0)** Seja (****) a seguinte EDO: $-3x^2 dx + (2y + 2)dy = 0$.
- (0.5 pts)** Verifique que (****) é exata.
 - (1.0 pts)** Encontre a solução geral de (****).
 - (0.5 pts)** Encontre uma solução de (****) que passa pelo ponto (3, 4).

Gabarito: (não revisado)

1a) $(D - 2)(D - 3)f = 0$

1b) $f_1 = e^{2x}, f_2 = e^{3x}$

1c) $3f_1 - 2f_2$

1d) $-f_1 + f_2$

1e) $3f_1 - f_2$

2a) $(D - (-2 + 3i))(D - (-2 - 3i))f = 0$

2b) $f_1 = e^{(-2+3i)x}, f_2 = e^{(-2-3i)x}$.

2c) $f_3 = \cos(3x) \cdot e^{-2x}, f_4 = \sin(3x) \cdot e^{-2x}$.

2d)

3a) $f = \ln\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$

3b) $f = \ln\left(\frac{x^2}{2} - \frac{9}{2} + e^4\right)$

4a) $G = -3x^2, H = 2y + 2, G_y = 0 = H_x; Gdx + Hdy = 0$ é exata, e existe F tal que $F_x = -3x^2$ e $F_y = 2y + 2$.

4b) $F(x, y) = -x^3 + y^2 + 2y$ ou $F(x, y) = -x^3 + y^2 + 2y + 1 = -x^3 + (y + 1)^2$;

$F(x, y) = C \Rightarrow (y + 1)^2 = C + x^3 \Rightarrow y = \sqrt{C + x^3} - 1$

4c) $4 = \sqrt{C + 3^3} - 1 \Rightarrow \sqrt{C + 3^3} = 5 \Rightarrow C + 3^3 = 25$

$\Rightarrow C = -2 \Rightarrow y = \sqrt{-2 + x^3} - 1$