

Cálculo 2 - 2020.1

P1 (Primeira prova)

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2020.1-C2.html>

Regras para a P1:

As questões da P1 serão disponibilizadas às 16:00 da quinta-feira 19/nov/2020 e você deverá entregar as respostas **escritas à mão** até as 16:00 da sexta-feira 20/nov/2020 na plataforma Classroom. Se o Classroom der algum problema mande também para este endereço de e-mail:

eduardoochs@gmail.com

Provas entregues após este horário não serão considerados.

Durante as 24 horas do mini-teste nem o professor nem o monitor responderão perguntas sobre os assuntos do mini-teste, mas você pode discutir com os seus colegas e até com as pessoas do grupo da outra turma... **só que as respostas devem ser individuais.**

Questão 1

(Total: 2.5 pts)

Seja $f(x) = x^2 - 1$.

Seja [Trap] o somatório que corresponde ao método do trapézio.

a) (0.3 pts) Represente graficamente $\int_{x=0}^{x=2} f(x) dx$.

b) (0.3 pts) Represente graficamente [Trap] para a partição $P = \{0, 1, 2\}$.

c) (0.3 pts) Represente graficamente [Trap] para a partição $P = \{0, 2\}$.

d) (1.0 pts) Calcule $\int_{x=0}^{x=2} f(x) dx$.

e) (0.3 pts) Calcule [Trap] para $P = \{0, 1, 2\}$.

f) (0.3 pts) Calcule [Trap] para $P = \{0, 2\}$.

Questão 2

(Total: 2.5 pts)

- a) (1.5 pts) Calcule $\int \ln(2x + 3) dx$.
- b) (1.0 pts) Teste a sua resposta.

Dica: aqui você vai precisar usar integração por partes e integração por substituição. Esta questão é um pouco mais difícil do que as integrações por partes que nós vimos nas aulas, consulte os livros pra ter idéias de como fazê-la.

Questão 3

(Total: 2.5 pts)

a) (1.5 pts) Calcule $\int \frac{x^3}{x^2 + 5x + 6} dx$.

b) (1.0 pts) Teste a sua resposta.

Questão 4

(Total: 2.5 pts)

a) (1.0 pts) Calcule $\int (\sin x)^5 (\cos x)^3 dx$

usando a substituição $c = \cos x$.

b) (1.5 pts) Teste a sua resposta.

$$\begin{aligned}
 2a) \quad & \int \ln(2x+3) dx && \begin{cases} u=2x+3 \\ dx = \frac{1}{2} du \end{cases} \\
 & = \int \ln(u) \cdot \frac{1}{2} du \\
 & = \frac{1}{2} \int \ln u \, du \\
 & = \frac{1}{2} \int \underbrace{1}_{f'} \cdot \underbrace{\ln u}_g \, du \\
 & = \text{[scribble]} \\
 & = \frac{1}{2} \left(\underbrace{u}_f \cdot \underbrace{\ln u}_g - \int \underbrace{u}_f \cdot \underbrace{\frac{1}{u}}_{g'} \, du \right) \\
 & = \frac{1}{2} \left(u \ln u - \int 1 \, du \right) \\
 & = \frac{1}{2} (u \ln u - u) \\
 & = \frac{1}{2} ((2x+3) \ln(2x+3) - (2x+3)) \\
 & = \frac{1}{2} (2x+3) (\ln(2x+3) - 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2b) \int \frac{\ln(2x+3)}{\ln(2x+3)} dx &\stackrel{?}{=} \frac{1}{2}(2x+3)(\ln(2x+3)-1) \\
 &\stackrel{?}{=} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{2}(2x+3)(\ln(2x+3)-1) \right) \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (\ln(2x+3)-1) + \frac{1}{2}(2x+3) \frac{d}{dx} (\ln(2x+3)-1) \\
 &= (\ln(2x+3)-1) + \frac{2x+3}{2} \left(\frac{2}{2x+3} \right) \\
 &= (\ln(2x+3)-1) + 1 \\
 &= \ln(2x+3) \quad \quad \quad \text{||}
 \end{aligned}$$

$$3a) \frac{x^3}{x^2+5x+6}$$

$$= \frac{(x-5)(x^2+5x+6) + (-19x-30)}{x^2+5x+6}$$

$$= x - 5 + \frac{-19x - 30}{x^2+5x+6}$$

$$= x - 5 + \frac{-19x - 30}{(x+2)(x+3)}$$

$$= x - 5 + \frac{8}{x+2} + \frac{-27}{x+3}$$

$$\int \frac{x^3}{x^2+5x+6} dx$$

$$= \int x - 5 + \frac{8}{x+2} + \frac{-27}{x+3} dx$$

$$= \frac{x^2}{2} - 5x + 8 \ln|x+2| - 27 \ln|x+3|$$

Comentário sobre a P1 (mandei pro grupo do Telegram)

Oi! Vou voltar às correções agora e espero terminar todas as P1s daqui a pouco.

Algumas pessoas que tiraram notas baixas me perguntaram em privado o que elas erraram na prova. Vou responder por aqui porque acho que a resposta é útil pra todo mundo e vale pra P2 também.

Era uma prova pra ser feita em 24 horas, com consulta e com discussão com os colegas, então os critérios de correção são bem diferentes dos critérios pra uma prova individual de duas horas... vou usar como exemplo frações parciais.

Eu esperava que quando vocês tivessem terminado a prova vocês soubessem frações parciais muito bem e lembrassem como era só saber as idéias básicas de frações parciais, mas não saber nem fazer as contas direito... e aí era pra vocês terem resolvido a questão de frações parciais da prova da forma mais clara possível, no seguinte sentido: eu esperava

que a solução da questão de frações parciais de vocês fosse como uma explicação bem detalhada de como resolver aquele problema, *como se vocês estivessem ensinando frações parciais pra alguém que ainda não entendeu direito*.

Deveria ser fácil entender cada “=” de vocês, e as partes em que vocês fazem a divisão com resto e encontram o A e o B do sistema deveriam estar claramente separadas do resto.

E eu esperava que vocês tivessem relido e revisado várias vezes as soluções de vocês, e reescrito as partes que não tivessem ficado claras quando vocês escreveram elas da primeira vez. Eu esperava que vocês mostrassem que tinham virado as pessoas que sabem frações parciais bastante bem.

Na questão sobre integrar $(\sin x)^5(\cos x)^3$ várias pessoas fizeram uma coisa que me deixou BEM puto. Nas contas essas várias pessoas escreveram um “menos” no lugar que deveria ter um “vezes” - todas

cometeram o mesmo erro no mesmo lugar. E isso pra mim foi sinal de que as pessoas não aprenderam o suficiente sobre aquela parte da matéria pra conseguirem revisar aquelas contas - e que elas achavam que não precisavam aprender, bastava copiar.