Notes on Alain Badiou's
"Logics of Worlds: Being and Event, 2" (2006, translation 2009):
`https://www.bloomsbury.com/uk/logics-of-worlds-9781441172969/`

These notes are at:
`http://angg.twu.net/LATEX/2020badiou-low.pdf`

See:
`http://angg.twu.net/LATEX/2020favorite-conventions.pdf`
`http://angg.twu.net/math-b.html#favorite-conventions`
I wrote these notes mostly to test if the conventions above are good enough.

II.3.2. Function of Appearing and Formal Definition of the Transcendental

(Page 157):

The idea — a very simple one — is that in every world, given two beings α and β which are there, there exists a value p of $\mathbf{Id}(\alpha, \beta)$. To say that $\mathbf{Id}(\alpha, \beta) = p$ means that, with regard to their appearing in that world, the beings α and β — which remain perfectly and univocally determined in their multiple composition — are identical 'to the p degree', or are p-identical. The essential requirement then is that the degrees p are held in an order-structure, so that for instance it can make sense to say that in a fixed referential world, α is more identical to β than to γ. In formal terms, if $\mathbf{Id}(\alpha, \beta) = p$ and $\mathbf{Id}(\alpha, \gamma) = q$, this means that $p > q$.

Let $K = \begin{tikzcd}[row sep=small, column sep=small] & 1 \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ 2 \arrow[dr] & & 3 \arrow[dl] \\ & 4 \arrow[d] & \\ & 5 & \end{tikzcd}$ and $\mathcal{E} = \mathrm{Set}^K$ (a topos).

Let 1 and E be these objects of $\mathcal{E}$:

$$1 = \begin{tikzcd}[row sep=small, column sep=small] & \{*\} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \{*\} \arrow[dr] & & \{*\} \arrow[dl] \\ & \{*\} \arrow[d] & \\ & \{*\} & \end{tikzcd} \qquad E = \begin{tikzcd}[row sep=small, column sep=small] & \{24, 25\} \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \{1\} \arrow[dr] & & \{2,3\} \arrow[dl] \\ & \{1\} \arrow[d] & \\ & \{0,1\} & \end{tikzcd}$$

The points of E are the morphisms from 1 to E.
This E has two points, that we can write as:

$$a = \begin{array}{ccc} & 24 & \\ 1 & & 2 \\ & 1 & \\ & 1 & \end{array}, \qquad b = \begin{array}{ccc} & 25 & \\ 1 & & 2 \\ & 1 & \\ & 1 & \end{array}.$$

In this case we have

$$Id(a,b) = \begin{tikzcd}[row sep=small, column sep=small] & \emptyset \arrow[dl] \arrow[dr] & \\ \{*\} \arrow[dr] & & \{*\} \arrow[dl] \\ & \{*\} \arrow[d] & \\ & \{*\} & \end{tikzcd} \simeq \begin{array}{ccc} & 0 & \\ 1 & & 1 \\ & 1 & \\ & 1 & \end{array}.$$

Beings don't need to be points. For example, let c be this map from $\begin{array}{ccc} & 0 & \\ 0 & & 1 \\ & 1 & \\ & 1 & \end{array}$ to E: $c = \begin{array}{ccc} & \bullet & \\ \bullet & & 3 \\ & 1 & \\ & 1 & \end{array}$.

Then $\underset{\displaystyle E(c)}{\underset{\shortparallel}{Id(c,c)}} = \begin{array}{ccc} & 0 & \\ 0 & & 1 \\ & 1 & \\ & 1 & \end{array}$, and $Id(a,c) = \begin{array}{ccc} & 0 & \\ 0 & & 0 \\ & 1 & \\ & 1 & \end{array}$.

The positional notations are explained in [PH1, Section 1] and [FavC, Section 7.12].

Oi Caron! Tou tentando traduzir algumas definições da seção “II.3.2. Function of Appearing and Formal Definition of the Transcendental” do LoW pra uma terminologia mais padrão...

Eu deixei a câmera do celular aberta o tempo todo? Caramba...

Vou escrever umas duvidas aqui, aé quando você tiver tempo você ou me responde ou me diz pra onde eu devo mandar...

Os “degress of identity” vão ser os elementos da álgebra de Heyting dos valores de verdade do topos

Num dos exemplos que eu discuti com você e com o Gabriel a gente começava com o “house-shaped DAG” H que aparece aqui na pagina 27,

http://angg.twu.net/LATEX/2017planar-has-1.pdf#page=27

E aí quando a gente montava o topos $\mathbf{Set}^H$ esse topos tinha 10 valores de verdade - a figura no topo da página 27.

Seja 1 o objeto terminal do topos $\mathbf{Set}^H$. Os valores de verdade desse topos podem tanto ser vistos como os subobjetos desse 1 - lembra que a gente pode usar a notacao $\mathrm{Sub}(A)$ pra falar do conjunto dos subobjetos de um objeto A

quanto podem ser vistos como os morfismos do objeto 1 pro objeto Ω, onde Ω é o classificador.

Eu acho o $\mathrm{Sub}(1)$ mais fácil de visualizar.

Se a gente tem um objeto A num topos os pontos de A são os morfismos do objeto 1 pro objeto A

Eu tou com a impressão de que quando o Badiou define $\mathbf{Id}(\alpha, \beta)$ esses α e β (que na terminologia dele são “multiples”, se não me engano) são uma coisa um pouco mais complicada que ”pontos” do topos...

...porque tanto α quando β podem ter um “extent” que é um subobjeto do 1 que não é o próprio 1.

Na pagina 246 do PDF do LoW que eu tenho o Badiou define $\mathbf{E}x := \mathbf{Id}(x, x)$

e um “multiple” α não é um morfismo de 1 para A, e sim um morfismo de $\mathbf{E}\alpha$ para A. Nao lembro a terminologia usual em topos theory pra isso... acho que a gente chama de “partial points” ao inves de “points”.

Se for isso eu posso fazer uns desenhos e mandar pro pessoal do seminário

Na verdade eu já tenho vários desses desenhos, é só reciclá-los...

References

[FavC] E. Ochs. "On my favorite conventions for drawing the missing diagrams in Category Theory". `http://angg.twu.net/math-b.html#favorite-conventions`. 2020.

[PH1] E. Ochs. "Planar Heyting Algebras for Children". In: *South American Journal of Logic* 5.1 (2019). `http://angg.twu.net/math-b.html#zhas-for-children-2`, pp. 125–164.