

Sobre aulas por Telegram

ForumPPG, 11/junho/2021

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://angg.twu.net/2020.2-C2.html>

<http://angg.twu.net/2020.2-C3.html>

<http://angg.twu.net/2021aulas-por-telegram.html>

Aviso:

Há duas semanas atrás, quando eu me ofereci pra fazer essa apresentação, o Carlos Tomei perguntou se eu iria fazer uma fala “institucional” ou se eu iria falar sobre uma experiência individual...

Traduzindo:

Você vai falar em nome de um departamento em que vários professores estão dando a mesma disciplina?

Não.

Além disso:

Você vai falar sobre Álgebra Linear?

Não.

Background

Eu trabalho num campus pequeno, o PURO –
Pólo Universitário de Rio das Ostras, da UFF...

Hoje em dia:

Equipe de Cálculo 2: eu

Equipe de Cálculo 3: eu

...e durante um tempo, anos atrás:

Equipe de Matemática Discreta: eu

e durante outro tempo, anos atrás:

Equipe de Geometria Analítica: eu

GA e MD são disciplinas de primeiro período,
com ementas/programas gigantes e reprovação idem.

Eu tive que improvisar muito, fiz muitas besteiras, e descobri
que um monte de metodologias óbvias não funcionavam.

...por exemplo, se eu pedisse “escreva em com as suas palavras” os alunos escreviam coisas incrivelmente ambíguas, em que todos os 20 números da questão eram chamados de “o número”, de “ele”, e coisas assim. Idem para retas, variáveis, etc.

Outro problema típicos: alunos que usavam qualquer fórmula, de qualquer jeito, e depois tinham certeza de que a resposta deles estava certa — e brigavam comigo e me ameaçavam.

Uma solução:

(Próximo slide!)

Obs: ↑ copiei do meu “Material Complementar para GA”, em:

<http://angg.twu.net/material-para-GA.html>

Dica 7

Uma solução bem escrita pode incluir, além do resultado final, contas, definições, representações gráficas, explicações em português, testes, etc. Uma solução bem escrita é fácil de ler e fácil de verificar. Você pode testar se uma solução sua está bem escrita submetendo-a às seguinte pessoas: a) você mesmo logo depois de você escrevê-la — releia-a e veja se ela está clara; b) você mesmo, horas depois ou no dia seguinte, quando você não lembrar mais do que você pensava quando você a escreveu; c) um colega que seja seu amigo; d) um colega que seja menos seu amigo que o outro; e) o monitor ou o professor.

Se as outras pessoas acharem que ler a sua solução é um sofrimento, isso é mau sinal; se as outras pessoas acharem que a sua solução está claríssima e que elas devem estudar com você, isso é bom sinal. *GA é um curso de escrita matemática*: se você estiver estudando e descobrir que uma solução sua pode ser reescrita de um jeito bem melhor, não hesite — reescrever é um ótimo exercício.

Como adaptar isso pra aulas onlines?

Cada turma minha —
duas de C2, uma de C3 —
tem 4 horas de aula por semana e
um canal no Telegram.

Nessas 4 horas eu fico no canal do Telegram
discutindo com quem estiver lá os slides da aula
e os vídeos curtos que eu preparei.
Perguntas sobre matéria antiga são 100% bem vindas.

Todo mundo que participa das aulas **aprende a interagir**
por mensagens de texto e por fotos do que escreveu no papel.
Às vezes eu aviso “vou gravar um vídeo sobre isso, volto
em 10 ou 15 minutos, continuem discutindo aí”.

Todos os slides, vídeos, links, etc, estão disponíveis em:

<http://angg.twu.net/2020.2-C2.html>

<http://angg.twu.net/2020.2-C3.html>

Os logs do Telegram têm ~2000 mensagens em cada turma, e posso mandar os .zips deles pra quem quiser olhar.

Eu não consegui aprender as ferramentas que me permitiriam fazer uma prova diferente pra cada aluno, e achei que talvez eu não fosse conseguir corrigir os testes e provas rápido, e que se eu pedisse vídeos e portfólios de todos os alunos eu não conseguiria deixar as regras claras o suficiente...

No primeiro semestre de aulas onlines os alunos colaram muito. Como **diminuir** isso?

(Em Cálculo 2...)

Métodos de integração **diminuíram de importância**.

Muitos problemas de Cálculo 2 podem ser resolvidos mais facilmente em vários pedaços, provando fórmulas-lemnhas, e são difíceis de resolver numa série de igualdades só.

Slogan: **“Eu só vou corrigir os sinais de igual”**

Um “exercício permanente” do curso passou a ser:

monte a sua própria tabela de integrais só com fórmulas que você sabe demonstrar (e lembre as demonstrações).

Além disso:

Aprenda a passar de casos particulares pra fórmulas gerais.

Aprenda a trabalhar com variáveis.

Differentiation Rules

1. $\frac{d}{dx}(cx) = c$
2. $\frac{d}{dx}(u \pm v) = u' \pm v'$
3. $\frac{d}{dx}(u \cdot v) = uv' + u'v$
4. $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{uv' - uv''}{v^2}$
5. $\frac{d}{dx}(u(v)) = u'(v)v'$
6. $\frac{d}{dx}(c) = 0$
7. $\frac{d}{dx}(x) = 1$
8. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
9. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
10. $\frac{d}{dx}(a^x) = \ln a \cdot a^x$
11. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
12. $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}$
13. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
14. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
15. $\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$
16. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$
17. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
18. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$
19. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
20. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
21. $\frac{d}{dx}(\csc^{-1} x) = \frac{-1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$
22. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$
23. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$
24. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = \frac{-1}{1+x^2}$
25. $\frac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x$
26. $\frac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x$
27. $\frac{d}{dx}(\tanh x) = \operatorname{sech}^2 x$
28. $\frac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = -\operatorname{sech} x \tanh x$
29. $\frac{d}{dx}(\operatorname{csch} x) = -\operatorname{csch} x \coth x$
30. $\frac{d}{dx}(\coth x) = -\operatorname{csch}^2 x$
31. $\frac{d}{dx}(\cosh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
32. $\frac{d}{dx}(\sinh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
33. $\frac{d}{dx}(\operatorname{sech}^{-1} x) = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}$
34. $\frac{d}{dx}(\operatorname{csch}^{-1} x) = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}$
35. $\frac{d}{dx}(\tanh^{-1} x) = \frac{1}{1-x^2}$
36. $\frac{d}{dx}(\coth^{-1} x) = \frac{1}{1-x^2}$

Integration Rules

1. $\int c \cdot f(x) dx = c \int f(x) dx$
2. $\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
3. $\int 0 dx = C$
4. $\int 1 dx = x + C$
5. $\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C, n \neq -1$
6. $\int e^x dx = e^x + C$
7. $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$
8. $\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} a^x + C$
9. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$
10. $\int \cos x dx = \sin x + C$
11. $\int \sin x dx = -\cos x + C$
12. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$
13. $\int \sec x dx = \ln|\sec x + \tan x| + C$
14. $\int \csc x dx = -\ln|\csc x + \cot x| + C$
15. $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C$
16. $\int \sec^2 x dx = \tan x + C$
17. $\int \csc^2 x dx = -\cot x + C$
18. $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$
19. $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$
20. $\int \cos^2 x dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin(2x) + C$
21. $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin(2x) + C$
22. $\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$
23. $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + C$
24. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \frac{1}{a} \sec^{-1}\left(\frac{|x|}{a}\right) + C$
25. $\int \cosh x dx = \sinh x + C$
26. $\int \sinh x dx = \cosh x + C$
27. $\int \tanh x dx = \ln|\cosh x| + C$
28. $\int \coth x dx = \ln|\sinh x| + C$
29. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$
30. $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$
31. $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + C$
32. $\int \frac{1}{x\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{x}{a + \sqrt{a^2 - x^2}}\right) + C$
33. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \frac{1}{a} \ln\left|\frac{x}{a + \sqrt{x^2 + a^2}}\right| + C$

E na primeira parte do curso...

Aprenda a visualizar certas expressões que correspondem a áreas.

Aprenda a visualizar o que acontece quando certos parâmetros mudam ($N \rightarrow \infty$).

Como isso aqui (do Mathologer):

<http://www.youtube.com/watch?v=-dhHrg-KbJ0#t=12m27s>

Low-tech approach:

Faça os desenhos à mão.

(Quem entende os padrões descobre como fazer os desenhos bem rápido).

Dois truques dos meus mini-testes e provas:

os alunos tinham que fazer tudo à mão, e várias questões incluíam desenhos que eram bem difíceis de copiar sem entender...

Um trecho das “regras e dicas pras provas e mini-testes”

Era uma prova pra ser feita em 24 horas, com consulta e com discussão com os colegas, então os critérios de correção são bem diferentes dos critérios pra uma prova individual de duas horas... vou usar como exemplo frações parciais.

Eu esperava que quando vocês tivessem terminado a prova vocês soubessem frações parciais muito bem e lembrassem como era só saber as idéias básicas de frações parciais, mas não saber nem fazer as contas direito... e aí era pra vocês terem resolvido a questão de frações parciais da prova da forma mais clara possível, no seguinte sentido: eu esperava que a solução da questão de frações parciais de vocês fosse como uma explicação bem detalhada de como resolver aquele problema, *como se vocês estivessem ensinando frações parciais pra alguém que ainda não entendeu direito*.

(Cont...)

Deveria ser fácil entender cada “=” de vocês (...)

E eu esperava que vocês tivessem relido e revisado várias vezes as soluções de vocês, e reescrito as partes que não tivessem ficado claras quando vocês escreveram elas da primeira vez. Eu esperava que vocês mostrassem que tinham virado as pessoas que sabem frações parciais bastante bem.

Na questão sobre integrar $(\sin x)^5(\cos x)^3$ várias pessoas fizeram uma coisa que me deixou BEM puto. Nas contas essas várias pessoas escreveram um “menos” no lugar que deveria ter um “vezes” - todas cometeram o mesmo erro no mesmo lugar. E isso pra mim foi sinal de que as pessoas não aprenderam o suficiente sobre aquela parte da matéria pra conseguirem revisar aquelas contas - e que elas achavam que não precisavam aprender, bastava copiar.

Outras coisas de Cálculo 2:

O operador de substituição: `[:=]`

(e como os livros escrevem ele em português);

Chutar e testar

<http://angg.twu.net/LATEX/2020-2-C2-intro.pdf#page=5>

Substituição em SymPy:

```
In [1]: f = x**2 + 4*x + 3
```

```
In [2]: f
```

```
Out[2]:
```

$$x^2 + 4x + 3$$

```
In [3]: f.subs(x, y + z)
```

```
Out[3]:
```

$$(y + z)^2 + 4(y + z) + 3$$

As provas e mini-testes eram **sempre** em cima de problemas que começavam com exercícios dos slides — sempre exercícios importantes e que ninguém tinha feito até o fim “em aula” — mas iam bem mais adiante... e eram sempre sobre assuntos que nenhum texto que eu conhecia explicava bem o suficiente, e que eu tive que preparar material pra **complementar** os livros e notas de aula que eu conhecia.

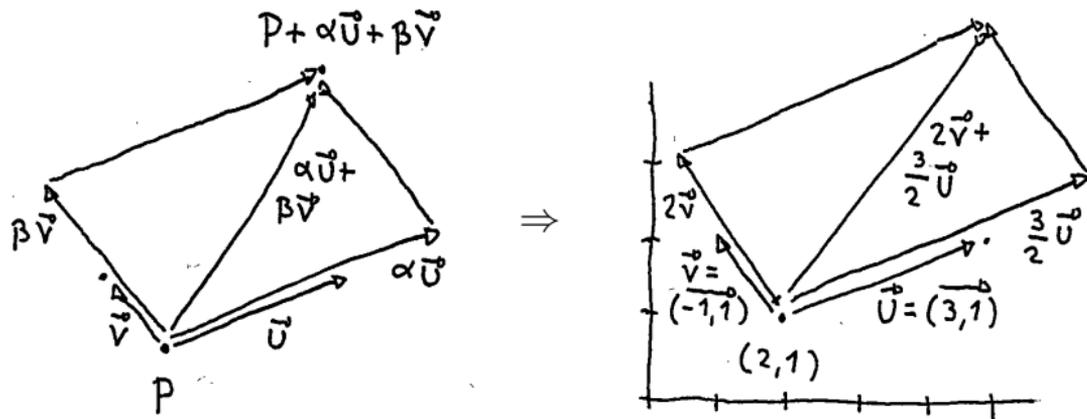
Eu não consegui chegar até o fim da ementa/programa de cada disciplina — principalmente em Cálculo 3, que no PURO é principalmente funções de \mathbb{R} em \mathbb{R}^n e funções de \mathbb{R}^n em \mathbb{R} . Os alunos tiveram muita dificuldade pra visualizar as figuras em \mathbb{R}^3 — e pra aprenderem a fazer “demonstrações pra engenheiros” com figuras “fáceis de generalizar”...

Figuras “pro caso geral”

...como isso aqui (que é em \mathbb{R}^2)...

Quando os livros de GA fazem um desenho que parece ser um caso geral na verdade eles usam um caso particular disfarçado...

Por exemplo:



Quando as aulas eram presenciais os alunos passavam dias montando **em grupo** figuras em \mathbb{R}^3 com arame e papel, e aprendendo a indicar “por mímica” pontos, retas e curvas de \mathbb{R}^3 usando a ponta de um lápis **de jeitos que os colegas entendessem** — e acabei sacrificando a parte final da ementa de C3 pra que eles aprendessem a técnica pra montar figuras pra “casos gerais”, como a do slide anterior (mas em \mathbb{R}^3).

Ninguém estava conseguindo entender as fórmulas pra aproximações de Taylor pra funções de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R} e a gente acabou ficando muito tempo entendendo plano tangente.

Eu fiquei morrendo de vergonha de:

1. não ter coberto uma parte da matéria,
2. ter aprovado um monte de gente que colou,

MAS:

1. TALVEZ eu tenha conseguido preparar material didático de C2 e C3 que corresponda a dificuldades que outros professores também estão tendo,

2. Problemas que os alunos levaram 4 aulas pra resolver dessa vez — porque eu tive que preparar montes de sub-exercícios, dicas, vídeos, etc — talvez virem exercícios que vão tomar menos de uma aula no semestre que vem,

e:

3. Talvez eu — que ando com social skills bem ruins — consiga criar uma rede de pessoas que estão “trabalhando juntas”, pelo menos no sentido da gente usar com frequência coisas como “faça o exercício 3 do slide 42 do Fulano de Tal”.

(...e talvez a gente consiga aprender também a legendar vídeos do 3blue1brown e do Mathologer, a usar os softwares de animação que eles usaram & puseram no github, aprender os truques de L^AT_EX uns dos outros, e sei lá mais o quê)

Mais informações:

<http://angg.twu.net/2021aulas-por-telegram.html>

<http://angg.twu.net/contact.html>

Obrigado! =)

Eduardo Ochs