

# Cálculo 2 - 2024.2

P2 (segunda prova)

Eduardo Ochs - RCN/PURO/UFF

<http://anggtwu.net/2024.2-C2.html>

## Links

<http://anggtwu.net/e/maxima.e.html#2024-2-C2-P2>  
(find-es "maxima" "2024-2-C2-P2")

# Questão 1

(Total: 3.0 pts)

Lembre que no curso eu mostrei que o meu modo preferido de escrever o “método” para resolver EDOs com variáveis separáveis — “EDOVs” — é o “método” [M] abaixo... eu pus o termo “método” entre aspas porque alguns dos passos da [M] são gambiarras nas quais a gente não pode confiar totalmente, e aí a gente precisa sempre testar as nossas soluções. O abaixo — a “fórmula” — é uma versão resumida do [M].

$$\begin{aligned}
 \text{[M]} &= \left( \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ h(y) dy = g(x) dx \\ \int h(y) dy = \int g(x) dx \\ \parallel \\ H(y) + C_1 \qquad G(x) + C_2 \\ H(y) = G(x) + C_2 - C_1 \\ \qquad = G(x) + C_3 \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x) + C_3) \\ \parallel \\ y \end{array} \right) \\
 \text{[F}_3\text{]} &= \left( \begin{array}{l} \frac{dy}{dx} = \frac{g(x)}{h(y)} \\ H^{-1}(H(y)) = H^{-1}(G(x) + C_3) \\ \parallel \\ y \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

Seja (\*1) esta EDOVs:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-8x}{2y} \quad (*1)$$

- a) (1.0 pts) Desenhe os tracinhos do campo de direções da EDO (\*) nos pontos com  $x, y \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ . Aqui você vai ter que desenhar 25 tracinhos e vai ter que caprichar – um tracinho com coeficiente angular  $\frac{1}{2}$  tem que ser visualmente bem diferente de um com coeficiente angular 1 e de um com coeficiente angular 2.
- b) (0.5 pts) Encontre as duas soluções gerais da EDO (\*) – a solução “positiva” e a “negativa” – e dê nomes para elas.
- c) (0.5 pts) Teste a sua solução “negativa”.
- d) (0.5 pts) Encontre a solução particular que passa pelo ponto  $(-2, 3)$ .
- e) (0.5 pts) Encontre a solução particular que passa pelo ponto  $(2, -3)$ .

**Muito importante:** em todas as questões desta prova eu vou corrigir as respostas de vocês como se eu fosse o “colega menos seu amigo e sem paciência pra adivinhar nada” da Dica 7 e do slide sobre contextos... por exemplo, se você escrever só “ $a = 42$ ” eu vou interpretar isso como “aqui essa pessoa tá dizendo que é óbvio que ‘ $a = 42$ ’ é sempre verdade – e isso é falso!!!”, e aí babau. Ou seja, a parte em português das questões de vocês vai ser MUUUUITO importante!

**Questão 2****(Total: 3.0 pts)**Sejam  $(*_2)$  e  $(*_3)$  as EDOs abaixo:

$$y'' - 3y' - 28y = 0 \quad (*_2)$$

$$y' + 4y' + 104y = 0 \quad (*_3)$$

- a) **(0.5 pts)** Encontre as soluções básicas e a solução geral da EDO  $(*_2)$ . Dê um nome para cada uma delas.
- b) **(1.0 pts)** Encontre uma solução  $g(x)$  da EDO  $(*_2)$  que obedeça isto aqui:  $g(0) = 2$ ,  $g'(0) = 3$ .
- c) **(0.5 pts)** Encontre as soluções básicas complexas e as soluções básicas reais da EDO  $(*_3)$ .
- d) **(1.0 pts)** Teste se  $f = e^{2x} \cos(3x)$  é solução da EDO  $(*_3)$ . Defina funções intermediárias pras suas contas ficarem menores.

**Questão 3****(Total: 1.0 pts)**Seja  $(*_4)$  esta EDO:

$$y' - \frac{2y}{x} = 3x$$

- a) **(0.3 pts)** Encontre a solução geral dela.
- b) **(0.7 pts)** Teste a sua solução.

Lembre que você pode usar este método:

$$[EL_3] = \begin{pmatrix} f' + fg = h \\ G' = g \\ f = e^{-G}(\int e^G h dx + C) \end{pmatrix}$$

**Questão 4****(Total: 2.0 pts)**4) Sejam  $(*_5)$ ,  $(*_6)$  e  $(*_7)$  estas EDOs:

$$20xy^3 dx + 30x^2y^2 dy = 0 \quad (*_5)$$

$$20x^2y^3 dx + 30x^3y^2 dy = 0 \quad (*_6)$$

$$(8xy^2 + 14x) dx + (8x^2y + 5) dy = 0 \quad (*_7)$$

- a) **(0.1 pts)** Mostre que a  $(*_5)$  é exata.
- b) **(0.1 pts)** Mostre que  $(*_6)$  não é exata.
- c) **(0.4 pts)** Encontre a solução geral de  $(*_5)$ .
- d) **(0.4 pts)** Teste a sua solução geral da  $(*_5)$ .
- e) **(0.1 pts)** Mostre que  $(*_7)$  é exata.
- f) **(0.9 pts)** Encontre a solução geral implícita da  $(*_7)$ . Aqui você não precisa encontrar a solução geral explícita – as contas pra encontrar a solução geral explícita são grandes demais.

Lembre que você pode usar este método:

$$[E_5] = \begin{pmatrix} dz = z_x dx + z_y dy = 0 \\ \frac{d}{dx} z = z_x + z_y \frac{dy}{dx} = 0 \\ z = C \end{pmatrix}$$

**Questão 5****(Total: 1.0 pts)**

Digamos que

$$(a_0, a_1, a_2, \dots) = \left( \frac{2^2}{4!}, \frac{7^2}{5!}, \frac{12^2}{6!}, \dots \right).$$

Dê uma fórmula pro termo geral dessa sequência – ou seja, pro  $a_n$ .