

- ① CADA UMA DAS BARRAS ABAIXO REPRESENTA UMA POSSÍVEL REGRA DE DEDUÇÃO.

2.0  
PONTOS

$$\frac{P \wedge P' \quad (P \wedge P') \rightarrow Q}{Q} \alpha$$

$$\frac{P \wedge P' \quad P \wedge (P' \rightarrow Q)}{Q} \beta$$

$$\frac{P \quad P \rightarrow (Q \wedge Q')}{Q \wedge Q'} \gamma$$

$$\frac{P \quad (P \rightarrow Q) \wedge Q'}{Q \wedge Q'} \delta$$

QUAIS DELAS SÃO REGRAS VÁLIDAS DE DEDUÇÃO E QUAIS NÃO? PORQUÊ?

- ② SEJAM:

$$A = \{1, 2, 3\},$$

$$B = \{A' \in A \mid |A'| \in A'\},$$

$$C = \{2, 3, 4\}$$

$$D = \{C' \in C \mid |C'| \in C'\}.$$

CALCULE B E D.

2.0  
PONTOS

- ③ SEJA  $(a_0, a_1, \dots)$  E  $(b_0, b_1, \dots)$  AS SEQUÊNCIAS QUE OBEDECEM:

$$\forall n \in \mathbb{N}. a_n = n^3,$$

$$b_0 = 44,$$

$$\forall n \in \mathbb{N}. b_{n+1} = b_n + 3n^2.$$

PROVE QUE SE  $k \in \mathbb{N}$  ENTÃO

$$a_k > b_k \rightarrow a_{k+1} > b_{k+1}.$$

4.0  
PONTOS

- ④ SEJA  $(a_0, a_1, \dots)$  A SEQUÊNCIA:

$$(1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, \dots)$$

ENCONTRE UMA DEFINIÇÃO FORMAL (INDUTIVA) PARA ELA - OU SEJA,

ENCONTRE UMA SÉRIE DE SENTENÇAS LÓGICAS, COMO AS DA QUESTÃO ANTERIOR, QUE ESTA SEQUÊNCIA OBEDEÇA E QUE NÃO SEJAM OBEDECIDAS POR NENHUMA OUTRA SEQUÊNCIA.

2.0  
PONTOS

① AS REGRAS  $\alpha$  E  $\gamma$  SÃO VÁLIDAS, PORQUE PODEM SER OBTIDAS A PARTIR DA REGRA

$$\frac{P \quad P \rightarrow Q}{Q} \rightarrow E$$

POR SUBSTITUIÇÃO: NO CASO DA  $\alpha$  SUBSTITUÍMOS P POR  $P \wedge P'$ , E NO CASO DA  $\gamma$  SUBSTITUÍMOS Q POR  $Q \wedge Q'$ . PRA CHECAR SE AS REGRAS  $\beta$  E  $\delta$  SÃO VÁLIDAS PODEMOS USAR TABELAS:

P	P'	Q	$P' \rightarrow Q$	$P \wedge (P' \rightarrow Q)$	$P \wedge P'$
F	F	F	V	F	F
F	F	V	V	F	F
F	V	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F
V	F	F	V	V	F
V	F	V	V	V	F
V	V	F	F	F	V
V	V	V	V	V	V

AS LINHAS ONDE AS HIPÓTESES DA "REGRA"  $\beta$  SÃO VÁLIDAS ESTÃO MARCADAS COM "G" NA TABELA ACIMA,

~~PORTANTO A REGRA  $\beta$  É VÁLIDA.~~

~~PORTANTO A REGRA  $\beta$  É VÁLIDA.~~

~~PORTANTO A REGRA  $\beta$  É VÁLIDA.~~

~~PORTANTO A REGRA  $\beta$  É VÁLIDA.~~

~~PORTANTO A REGRA  $\beta$  É VÁLIDA.~~

SÓ TEMOS UMA LINHA COM "G" E NELA A "CONCLUSÃO" É VERDADEIRA. PORTANTO A REGRA  $\beta$  É VÁLIDA.

PARA TESTAR A REGRA  $\delta$ , FAZEMOS:

P	Q	Q'	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge Q'$	$Q \wedge Q'$
F	F	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F
F	V	F	V	F	F
F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	F
V	F	V	F	F	F
V	V	F	V	F	F
V	V	V	V	V	V

DE NOVO SÓ TEMOS UMA LINHA NA QUAL AS HIPÓTESES SÃO VERDADEIRAS, E NELA A CONCLUSÃO É VERDADEIRA. A REGRA  $\delta$  É VÁLIDA.

② PODEMOS LISTAR OS VALORES POSSÍVEIS PARA A' E C', E PARA CADA UM DELES TESTAR SE  $|A'| \in A'$  E  $|C'| \in C'$  SÃO VERDADES:

A'	A'	A'  $\in$ A'	C'	C'	C'  $\in$ C'
$\emptyset$	0	F	$\emptyset$	0	F
{ 3 }	1	F	{ 4 }	1	F
{ 2 }	1	F	{ 3, 4 }	1	F
{ 2, 3 }	2	V	{ 3, 4 }	2	F
{ 1 }	1	V	{ 2 }	1	F
{ 1, 3 }	2	F	{ 2, 4 }	2	V
{ 1, 2 }	2	V	{ 2, 3 }	2	V
{ 1, 2, 3 }	3	V	{ 2, 3, 4 }	3	V

AGORA TEMOS QUE FORMAR O CONJUNTO DOS "A"'S "BONS" E O DOS "C"'S "BONS".

$$B = \{ \{ 2, 3 \}, \{ 1 \}, \{ 1, 2 \}, \{ 1, 2, 3 \} \}$$

$$D = \{ \{ 2, 4 \}, \{ 2, 3 \}, \{ 2, 3, 4 \} \}$$

③  $a_{k+1} = (k+1)^3$   
 $= k^3 + 3k^2 + 3k + 1$   
 $= a_k + 3k^2 + 3k + 1$   
 $> b_k + 3k^2 + 3k + 1$   
 $= b_{k+1} + 3k + 1$   
 $> b_{k+1}$

④ SE DEFINIMOS  $b_n = a_{(n-a_{n+1})}$ , TEMOS:

n	$a_n$	$n - a_{n+1}$	$b_n$	$a_n = b_n$
0	1	0	1	V
1	2	0	1	F
2	2	1	2	V
3	3	1	2	F
4	3	2	2	F
5	3	3	3	V
6	4	3	3	F
7	4	4	3	F
8	4	5	3	F
9	4	6	4	V
10	5	6	4	F

ONDE A COLUNA " $a_n = b_n$ " VAI SER INTERPRETADA COMO "ESTÁ NA HORA DO VALOR DE  $a_n$  MUDAR". GRAFICAMENTE, OS " $a_n = b_n$ " CORRESPONDEM A ESTAS COMPARAÇÕES:

$$(\underbrace{a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, \dots}_{(1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, \dots)})$$

PODEMOS DEFINIR A SEQUÊNCIA  $(a_0, a_1, \dots)$  POR:

$$a_0 = 1,$$

$$\forall n \in \mathbb{N}. a_n \neq b_n \rightarrow a_{n+1} = a_n,$$

$$\forall n \in \mathbb{N}. a_n = b_n \rightarrow a_{n+1} = a_n + 1$$

OU POR:

$$a_0 = 1,$$

$$\forall n \in \mathbb{N}. a_n \neq a_{(n-a_{n+1})} \rightarrow a_{n+1} = a_n,$$

$$\forall n \in \mathbb{N}. a_n = a_{(n-a_{n+1})} \rightarrow a_{n+1} = a_n.$$